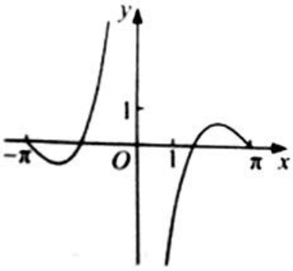
第二章　函数

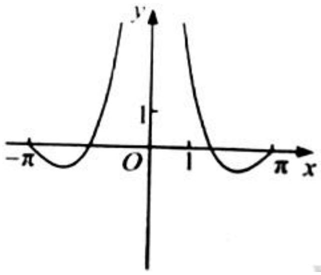
【2017年高考试题】

1. 【2017课标1，文8】函数 $y=\dfrac{\sin 2x}{1-\cos x}$ 的部分图像大致为

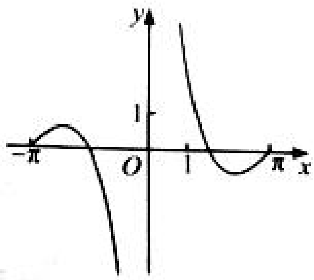
A.



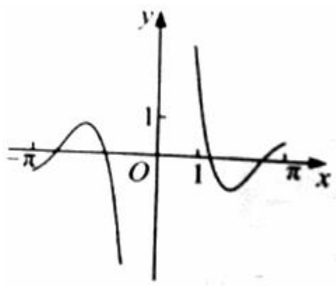
B.



C.



D.



【答案】*C*

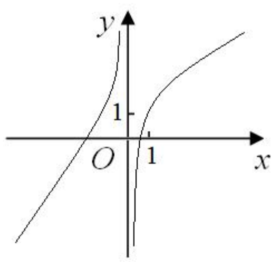
【解析】

试题分析：由题意知，函数 $y=\dfrac{\sin 2x}{1-\cos x}$ 为奇函数，故排除 *B*；当 $x=\pi$ 时，$y=0$，排除 *D*；当 $x=1$ 时，$y=\dfrac{\sin 2}{1-\cos 2}>0$，排除 *A*．故选 *C*．

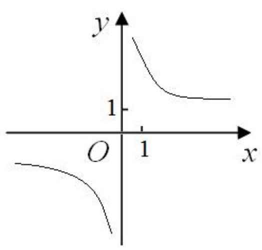
【考点】函数图象

【名师点睛】函数图像问题首先关注定义域，从图象的对称性，分析函数的奇偶性，根据函数的奇偶性排除部分选择支，从图象的最高点、最低点，分析函数的最值、极值利用特值检验，较难的需要研究单调性、极值等，从图象的走向趋势，分析函数的单调性、周期性等确定图象．

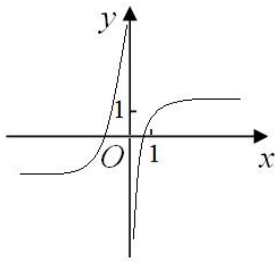
2. 【2017课标3，文7】函数 $y=1+x+\dfrac{\sin x}{x^2}$ 的部分图像大致为（　　）



A

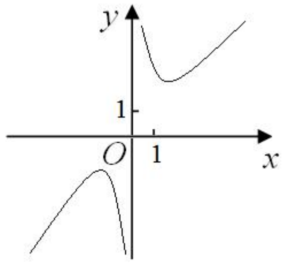


B



C

D.



D

【答案】D

【解析】当 $x=1$ 时，$f(1)=1+1+\sin 1=2+\sin 1>2$，故排除 A,C,当 $x\to+\infty$ 时，$y\to 1+x$，故排除 B,满足条件的只有 D,故选 D.

【考点】函数图像

【名师点睛】(1)运用函数性质研究函数图像时，先要正确理解和把握函数相关性质本身的含义及其应用方向.(2)在运用函数性质特别是奇偶性、周期、对称性、单调性、最值、零点时，要注意用好其与条件的相互关系，结合特征进行等价转化研究.如奇偶性可实现自变量正负转化，周期可实现自变量大小转化，单调性可实现去“f”，即将函数值的大小转化自变量大小关系

3.【2017 浙江，5】若函数 $f(x)=x^2+ax+b$ 在区间 0，1]上的最大值是 M，最小值是 m，则 $M-m$

A. 与 a 有关，且与 b 有关　　*B*. 与 a 有关，但与 b 无关

C. 与 a 无关，且与 b 无关　　*D*. 与 a 无关，但与 b 有关

【答案】*B*

【解析】

试题分析：因为最值在 $f(0)=b,f(1)=1+a+b,f(-\frac{a}{2})=b-\frac{a^2}{4}$ 中取，所以最值之差一定与无关，选 *B*.

【考点】二次函数的最值

【名师点睛】对于二次函数的最值或值域问题，通常先判断函数图象对称轴与所给自变量闭区间的关系，结合图象，当函数图象开口向上，且对称轴在区间的左边，则函数在所给区间内单调递增；若对称轴在区间的右边，则函数在所给区间内单调递减；若对称轴在区间内，则函数图象顶点的纵坐标为最小值，区间端点距离对称轴较远的一端取得函数的最大值．学！

4.【2017 北京，文 5】已知函数 $f(x)=3^x-(\frac{1}{3})^x$，则 $f(x)$

（A）是偶函数，且在 R 上是增函数

（B）是奇函数，且在 R 上是增函数

（C）是偶函数，且在 R 上是减函数

（D）是奇函数，且在 R 上是增函数

【答案】B

【解析】

试题分析：$f(-x)=3^{-x}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}-3^{x}=-f(x)$，所以函数是奇函数，并且$3^x$是增函数，$\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$是减函数，根据增函数-减函数=增函数，所以函数是增函数，故选 B.

【考点】函数的性质

【名师点睛】本题属于基础题型，根据奇偶性的定义 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系就可以判断函数的奇偶性，判断函数单调性的方法，1. 平时学习过的基本初等函数的单调性；2. 函数图象判断函数的单调性；3. 函数的四则运算判断，增函数+增函数=增函数，增函数-减函数=增函数，判断函数的单调性；4. 导数判断函数的单调性.

5.【2017 北京，文 8】根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361}，而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80}. 则下列各数中与 $\frac{M}{N}$ 最接近的是

（参考数据：lg3≈0.48）

（A）10^{33}　　（B）10^{53}

（C）10^{73}　　（D）10^{93}

【答案】D

【解析】

试题分析：设 $\frac{M}{N}=x=\frac{3^{361}}{10^{80}}$，两边取对数，$\lg x=\lg\frac{3^{361}}{10^{80}}=\lg 3^{361}-\lg 10^{80}=361\times\lg 3-80=93.28$，所以 $x=10^{93.28}$，即 $\frac{M}{N}$ 最接近 10^{93}，故选 D.

【考点】对数运算

【名师点睛】本题考查了转化与化归能力，本题以实际问题的形式给出，但本质就是对数的运算关系，以及指数与对数运算的关系，难点是 $x=\frac{3^{361}}{10^{80}}$ 时，两边取对数，对数运算公式包含 $\log_a M+\log_a N=\log_a MN$，$\log_a M-\log_a N=\log_a\frac{M}{N}$，$\log_a M^n=n\log_a M$.

6.【2017 山东，文 9】设 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x},0<x<1\\ 2(x-1),x\ge 1\end{cases}$，若 $f(a)=f(a+1)$，则 $f\left(\frac{1}{a}\right)=$

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】C

【解析】

试题分析：由$x\ge1$时$f(x)=2(x-1)$是增函数可知,若$a\ge1$,则$f(a)\ne f(a+1)$,所以$0<a<1$,由$f(a)=f(a+1)$得$\sqrt{a}=2(a+1-1)$,解得$a=\frac{1}{4}$,则$f\left(\frac{1}{a}\right)=f(4)=2(4-1)=6$,故选C.

【考点】分段函数求值

【名师点睛】求分段函数的函数值,首先要确定自变量的范围,然后选定相应关系式代入求解；当给出函数值或函数值的取值范围求自变量的值或自变量的取值范围时,应根据每一段解析式分别求解,但要注意检验所求自变量的值或取值范围是否符合相应段的自变量的值或取值范围.

7. 【2017 天津，文 6】已知奇函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上是增函数．若$a=-f(\log_2\frac{1}{5}),b=f(\log_2 4.1),c=f(2^{0.8})$，则$a,b,c$的大小关系为

（A）$a<b<c$（B）$b<a<c$（C）$c<b<a$（D）$c<a<b$

【答案】C

【解析】

试题分析：由题意：$a=f\left(-\log_2\frac{1}{5}\right)=f\left(\log_2 5\right)$，且：$\log_2 5>\log_2 4.1>2,1<2^{0.8}<2$，

据此：$\log_2 5>\log_2 4.1>2^{0.8}$，结合函数的单调性有：$f\left(\log_2 5\right)>f\left(\log_2 4.1\right)>f\left(2^{0.8}\right)$，

即$a>b>c,c<b<a$，本题选择C选项.

【考点】1.指数，对数；2.函数性质的应用

【名师点睛】本题主要考查函数的奇偶性与指数、对数的运算问题，属于基础题型，首先根据奇函数的性质和对数运算法则，$a=f\left(\log_2 5\right)$，再比较$\log_2 5,\log_2 4.1,2^{0.8}$比较大小.

8.【2017 课标 II，文 8】函数$f(x)=\ln(x^2-2x-8)$ 的单调递增区间是

A. $(-\infty,-2)$ B. $(-\infty,-1)$ C. $(1,+\infty)$ D. $(4,+\infty)$

【答案】D

【解析】函数有意义，则：$x^2-2x-8>0$，解得：$x<-2$ 或$x>4$，结合二次函数的单调性、对数函数的单调性和复合函数同增异减的原则可得函数的单调增区间为$\left(4,+\infty\right)$．

故选 D.

【考点】复合函数单调区间

【名师点睛】求函数单调区间的常用方法：(1)定义法和导数法，通过解相应不等式得单调区间；(2)图象法，由图象确定函数的单调区间需注意两点：一是单调区间必须是函数定义域的子集：二是图象不连续的单调区间要分开写，用“和”或“，”连接，不能用“∪”连接；(3)利用函数单调性的基本性质，尤其是复合函数“同增异减”的原则，此时需先确定函数的单调性.

9.【2017 课标 1，文 9】已知函数 $f(x)=\ln x+\ln(2-x)$，则

A. $f(x)$ 在（0，2）单调递增 B. $f(x)$ 在（0，2）单调递减

C. $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称 D. $y=f(x)$ 的图像关于点（1，0）对称

【答案】C

【解析】

试题分析：由题意知，$f(2-x)=\ln(2-x)+\ln x=f(x)$，所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，C 正确，D 错误；又 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2-x}=\frac{2(1-x)}{x(2-x)}$（$0<x<2$），在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $[1,2)$ 上单调递减，A，B 错误，故选 C.

【考点】函数性质

【名师点睛】如果函数 $f(x)$，$\forall x\in D$，满足 $\forall x\in D$，恒有 $f(a+x)=f(b-x)$，那么函数的图象有对称轴 $x=\frac{a+b}{2}$；如果函数 $f(x)$，$\forall x\in D$，满足 $\forall x\in D$，恒有 $f(a-x)=-f(b+x)$，那么函数 $f(x)$ 的图象有对称中心 $(\frac{a+b}{2},0)$.

10.【2017 山东，文 10】若函数 $e^x f\left(x\right)$ (e=2.71828⋯，是自然对数的底数)在 $f\left(x\right)$ 的定义域上单调递增，则称函数 $f\left(x\right)$ 具有 M 性质，下列函数中具有 M 性质的是

A． $f\left(x\right)=2^{-x}$ B. $f\left(x\right)=x^2$ C. $f\left(x\right)=3^{-x}$ D. $f\left(x\right)=\cos x$

【答案】A

【解析】由 A，令 $g(x)=e^x\cdot 2^{-x}$，$g'(x)=e^x(2^{-x}+2^{-x}\ln\frac{1}{2})=e^x 2^{-x}(1+\ln\frac{1}{2})>0$，则 $g(x)$ 在 R 上单调递增，$f(x)$ 具有 M 性质，故选 A.

【考点】导数的应用

【名师点睛】(1)确定函数单调区间的步骤：① 确定函数 $f(x)$ 的定义域；②求 $f'(x)$；③解不等式 $f'(x)>0$，解集在定义域内的部分为单调递增区间；④解不等式 $f'(x)<0$，解集在定义域内的部分为单调递减区间.

(2)根据函数单调性确定参数范围的方法：①利用集合间的包含关系处理：$y=f(x)$ 在 (a, b) 上单调，则区间 (a, b) 是相应单调区间的子集．②转化为不等式的恒成立问题，即“若函数单调递增，则 $f'(x)\geqslant 0$；若函数单调递减，则 $f'(x)\leqslant 0$”来求解.

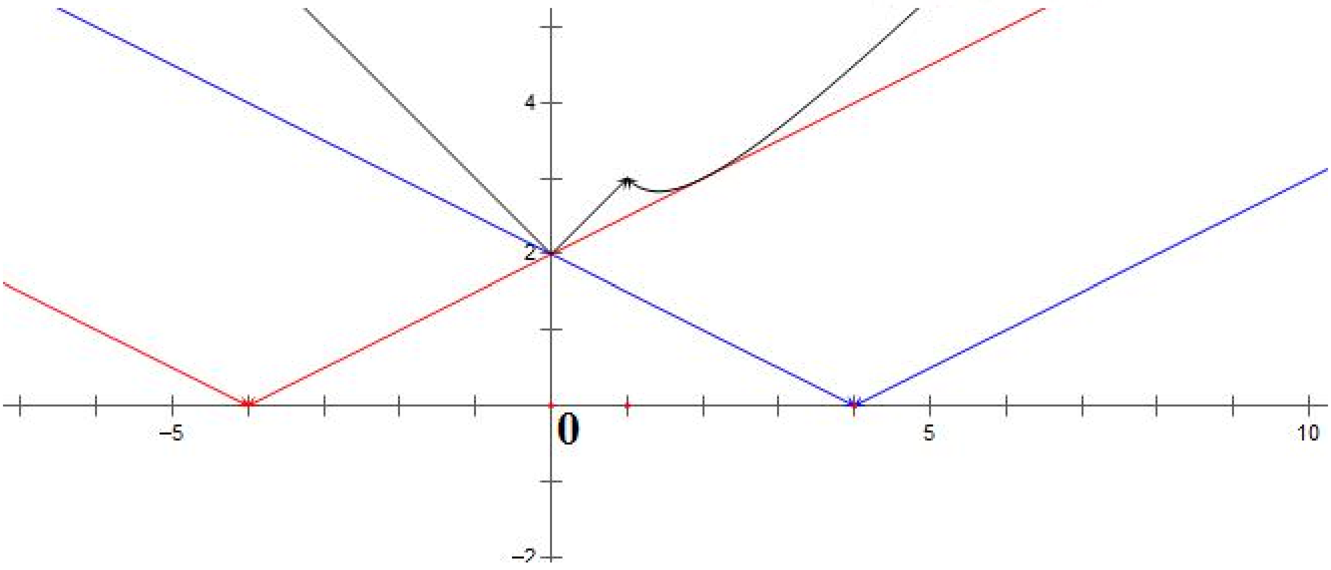
11.【2017 天津，文 8】已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x|+2, x<1,\\ x+\dfrac{2}{x}, x\geq 1.\end{cases}$ 设 $a\in\mathbf{R}$，若关于的不等式 $f(x)\geq|\dfrac{x}{2}+a|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，则 a 的取值范围是

（A）$[-2,2]$（B）$[-2\sqrt{3},2]$（C）$[-2,2\sqrt{3}]$（D）$[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$

【答案】 A

【解析】

试题分析：首先画出函数 $f(x)$ 的图象，当 $a>0$ 时，$g(x)=\left|\dfrac{x}{2}+a\right|$ 的零点是 $x=-2a<0$，零点左边直线的斜率时 $-\dfrac{1}{2}>-1$，不会和函数 $f(x)$ 有交点，满足不等式恒成立，零点右边 $g(x)=\dfrac{x}{2}+a$，函数的斜率 $k=\dfrac{1}{2}$，根据图象分析，当 $x=0$ 时，$a\leq 2$，即 $0<a\leq 2$ 成立，同理，若 $a<0$ ，函数 $g(x)=\left|\dfrac{x}{2}+a\right|$ 的零点是 $x=-2a>0$，零点右边 $g(x)=\dfrac{x}{2}+a<f(x)$ 恒成立，零点左边 $g(x)=-\dfrac{x}{2}-a$，根据图象分析当 $x=0$ 时，$-a\leq 2\Rightarrow a\geq -2$，即 $-2\leq a<0$ ，当 $a=0$ 时，$f(x)\geq g(x)$ 恒成立，所以 $-2\leq a\leq 2$，故选 A.



【考点】1. 分段函数；2. 函数图形的应用；3. 不等式恒成立.

【名师点睛】一般不等式恒成立求参数 1. 可以选择参变分离的方法，转化为求函数最值的问题；2. 也可以画出两边的函数图象，根据临界值求参数取值范围；3. 也可转化为 $F(x)>0$ 的问题，转化讨论求函数的最值求参数的取值范围.

12. 【2017 课标 II，文 14】已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，

$f(x)=2x^3+x^2$，

则 $f(2)=$ ________.

【答案】12

【解析】$f(2)=-f(-2)=-[2\times(-8)+4]=12$

【考点】函数奇偶性

【名师点睛】(1) 已知函数的奇偶性求函数值或解析式，首先抓住奇偶性讨论函数在各个区间上的解析式，或充分利用奇偶性得出关于 $f(x)$ 的方程，从而可得 $f(x)$ 的值或解析式.

(2) 已知函数的奇偶性求参数，一般采用待定系数法求解，根据 $f(x)\pm f(-x)=0$ 得到关于待求参数的恒等式，由系数的对等性得参数的值或方程(组)，进而得出参数的值.

13. 【2017 北京，文 11】已知 $x\geq 0$，$y\geq 0$，且 $x+y=1$，则 x^2+y^2 的取值范围是__________.

【答案】$\left[\dfrac{1}{2},1\right]$

【解析】

试题分析：$x^2+y^2=x^2+(1-x)^2=2x^2-2x+1,x\in[0,1]$，所以当 $x=0$ 或 1 时，取最大值 1；当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，取最小值 $\dfrac{1}{2}$；因此取值范围为 $[\dfrac{1}{2},1]$

【考点】二次函数

【名师点睛】本题考查了转化与化归的能力，除了象本题的方法，转化为二次函数求取值范围，也可以转化为几何关系求取值范围，当 $x\geq 0,y\geq 0$，$x+y=1$ 表示线段，那么 x^2+y^2 的几何意义就是线段上的点到原点距离的平方，这样会更加简单.

14. 【2017 课标 3，文 16】设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leq 0,\\ 2^x, & x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x)+f(x-\dfrac{1}{2})>1$ 的 x 的取值范围是__________.

【答案】$(-\frac{1}{4},+\infty)$

【解析】由题意得：当$x>\frac{1}{2}$时$2^x+2^{x-\frac{1}{2}}>1$ 恒成立，即$x>\frac{1}{2}$；当$0<x\le\frac{1}{2}$时$2^x+x-\frac{1}{2}+1>1$ 恒成立，即$0<x\le\frac{1}{2}$；当$x\le0$时$x+1+x-\frac{1}{2}+1>1\Rightarrow x>-\frac{1}{4}$，即$-\frac{1}{4}<x\le0$；综上 x 的取值范围是$(-\frac{1}{4},+\infty)$.

【考点】分段函数解不等式

【名师点睛】分段函数的考查方向注重对应性，即必须明确不同的自变量所对应的函数解析式是什么然后代入该段的解析式求值. 解决此类问题时，要注意区间端点是否取到及其所对应的函数值，尤其是分段函数结合点处函数值.

15【2017 山东，文 14】已知 $f(x)$是定义在 R 上的偶函数, 且 $f(x+4)=f(x-2)$. 若当$x\in[-3,0]$时，$f(x)=6^{-x}$, 则 $f(919)=$____.

【答案】

【解析】

试题分析：由 $f(x+4)=f(x-2)$可知，$f(x)$是周期函数, 且$T=6$, 所以

$f(919)=f(6\times653+1)=f(1)\ \ =f(-1)=6$.

【考点】函数奇偶性与周期性

【名师点睛】与函数奇偶性有关问题的解决方法

①已知函数的奇偶性, 求函数值

将待求值利用奇偶性转化为已知区间上的函数值求解.

②已知函数的奇偶性求解析式

将待求区间上的自变量, 转化到已知区间上, 再利用奇偶性求出, 或充分利用奇偶性构造关于 $f(x)$的方程(组), 从而得到 $f(x)$的解析式.

③已知函数的奇偶性, 求函数解析式中参数的值

常常利用待定系数法：利用 $f(x)\pm f(-x)=0$ 得到关于待求参数的恒等式, 由系数的对等性得参数的值或方程求解.

④应用奇偶性画图象和判断单调性

利用奇偶性可画出另一对称区间上的图象及判断另一区间上的单调性.

16.【2017 江苏，11】已知函数$f(x)=x^3-2x+e^x-\frac{1}{e^x}$，其中 e 是自然对数的底数．若 $f(a-1)+f(2a^2)\leqslant0$, 则实数 a 的取值范围是____▲____.

【答案】$[-1,\frac{1}{2}]$

【解析】因为 $f(-x)=-x^3+2x+\frac{1}{e^x}-e^x=-f(x)$，所以函数 $f(x)$ 是奇函数，

因为 $f'(x)=3x^2-2+e^x+e^{-x}\geq 3x^2-2+2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}\geq 0$，所以数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

又 $f(a-1)+f(2a^2)\leq 0$，即 $f(2a^2)\leq f(1-a)$，所以 $2a^2\leq 1-a$，即 $2a^2+a-1\leq 0$，

解得 $-1\leq a\leq \frac{1}{2}$，故实数 a 的取值范围为 $[-1,\frac{1}{2}]$.

【考点】利用函数性质解不等式

【名师点睛】解函数不等式：首先根据函数的性质把不等式转化为 $f(g(x))>f(h(x))$ 的形式，然后根据函数的单调性去掉“f”，转化为具体的不等式(组)，此时要注意 $g(x)$ 与 $h(x)$ 的取值应在外层函数的定义域内

17.【2017 江苏，14】设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 且周期为 1 的函数，在区间 $[0,1)$ 上，$f(x)=\begin{cases}x^2, & x\in D,\\ x, & x\notin D,\end{cases}$

其中集合 $D=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{n-1}{n},n\in\mathbf{N}^*\right\}$，则方程 $f(x)-\lg x=0$ 的解的个数是______.

【答案】8

【解析】由于 $f(x)\in[0,1)$ ，则需考虑 $1\leq x<10$ 的情况

在此范围内，$x\in Q$ 且 $x\in\mathbf{Z}$ 时，设 $x=\frac{q}{p},p,q\in\mathbf{N}^*,p\geq 2$ ，且 p,q 互质

若 $\lg x\in Q$ ，则由 $\lg x\in(0,1)$ ，可设 $\lg x=\frac{n}{m},m,n\in\mathbf{N}^*,m\geq 2$ ，且 m,n 互质

因此 $10^{\frac{n}{m}}=\frac{q}{p}$ ，则 $10^n=(\frac{q}{p})^m$ ，此时左边为整数，右边非整数，矛盾，因此 $\lg x\notin Q$

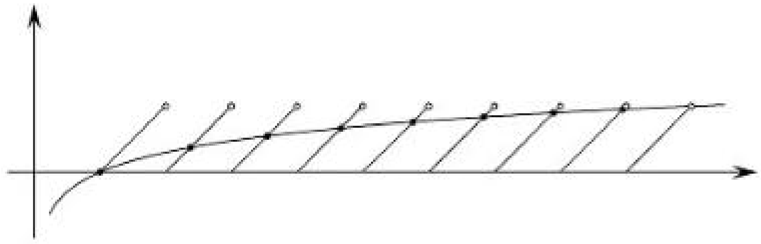
因此 $\lg x$ 不可能与每个周期内 $x\in D$ 对应的部分相等，

只需考虑 $\lg x$ 与每个周期 $x\notin D$ 的部分的交点，

画出函数图像，图中交点除外 $(1,0)$ 其他交点横坐标均为无理数，属于每个周期 $x\notin D$ 的部分，

且 $x=1$ 处 $(\lg x)'=\frac{1}{x\ln 10}=\frac{1}{\ln 10}<1$ ，则在 $x=1$ 附近仅有一个交点

因此方程解的个数为 8 个.



【考点】函数与方程

【名师点睛】对于方程解的个数(或函数零点个数)问题，可利用函数的值域或最值，结合函数的单调性、草图确定其中参数范围．从图象的最高点、最低点，分析函数的最值、极值；从图象的对称性，分析函数的奇偶性；从图象的走向趋势，分析函数的单调性、周期性等．

【2016，2015 高考题】

1. 【2016 高考新课标 1 文数】若 $a>b>0$，$0<c<1$，则（　　）

（A）$\log_a c<\log_b c$　（B）$\log_c a<\log_c b$　（C）$a^c<b^c$　（D）$c^a>c^b$

【答案】B

【解析】

试题分析：由 $0<c<1$ 可知 $y=\log_c x$ 是减函数,又 $a>b>0$,所以 $\log_c a<\log_c b$．故选 B.本题也可以用特殊值代入验证.

考点：指数函数与对数函数的性质

【名师点睛】比较幂或对数值的大小,若幂的底数相同或对数的底数相同,通常利用指数函数或对数单调性进行比较,若底数不同,可考虑利用中间量进行比较.

2. 【2014 高考北京文第 2 题】下列函数中，定义域是 R 且为增函数的是（　　）

A. $y=e^{-x}$　B. $y=x^3$　C. $y=\ln x$　D. $y=|x|$

【答案】B

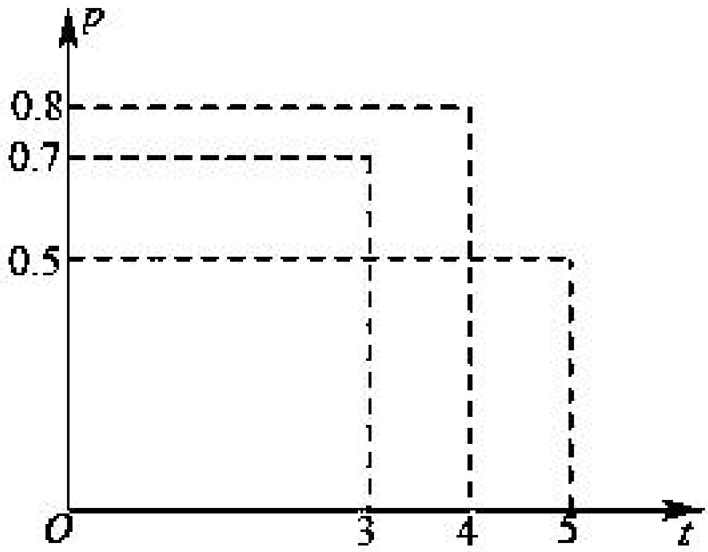
【解析】对于选项 A，在 R 上是减函数；选项 C 的定义域为 $(0,+\infty)$；选项 D，在 $(-\infty,0)$ 上是减函数，故选 B.

考点：本小题主要考查函数的单调性，属基础题，难度不大.

3. 【2014 高考北京文第 8 题】加工爆米花时，爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”．在特定条件下，可食用率 p 与加工时间（单位：分钟）满足的函数关系

$p = at^2 + bt + c$（、、是常数），下图记录了三次实验的数据. 根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为（　　）

A. 3.50 分钟　　B. 3.75 分钟　　C. 4.00 分钟　　D. 4.25 分钟



【答案】B

【解析】由图形可知，三点$(3,0.7)$，$(4,0.8)$，$(5,0.5)$都在函数$p = at^2 + bt + c$的图象上，

所以$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0.7 \\ 16a + 4b + c = 0.8 \\ 25a + 5b + c = 0.5 \end{cases}$，解得$a = -0.2$，$b = 1.5$，$c = -2$，

所以$p = -0.2t^2 + 1.5t - 2 = -0.2(t - \frac{15}{4})^2 + \frac{13}{16}$，因为$t > 0$，所以当$t = \frac{15}{4} = 3.75$时，$p$取最大值，

故此时的 t=3.75分钟为最佳加工时间，故选 B.

考点：本小题以实际应用为背景，主要考查二次函数的解析式的求解、二次函数的最值等基础知识，考查同学们分析问题与解决问题的能力.

4. 【2014 高考北京文第 6 题】已知函数$f(x) = \frac{6}{x} - \log_2 x$，在下列区间中，包含$f(x)$零点的区间是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(2,4)$　　D. $(4,+\infty)$

【答案】C

【解析】因为$f(2) = 4 - 1 > 0$，$f(4) = \frac{3}{2} - 2 < 0$，所以由根的存在性定理可知：选 C.

考点：本小题主要考查函数的零点知识，正确理解零点定义及根的存在性定理是解答好本类题目的关键.

5. 【2015 高考北京，文 3】下列函数中为偶函数的是（　　）

A． $y=x^2\sin x$ B． $y=x^2\cos x$ C． $y=\left|\ln x\right|$

D． $y=2^{-x}$

【答案】B

【解析】根据偶函数的定义 $f(-x)=f(x)$，A 选项为奇函数，B 选项为偶函数，C 选项定义域为 $(0,+\infty)$ 不具有奇偶性，D 选项既不是奇函数，也不是偶函数，故选 B.

【考点定位】函数的奇偶性.

【名师点睛】本题主要考查的是函数的奇偶性，属于容易题．解题时一定要判断函数的定义域是否关于原点对称，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是函数的奇偶性，即奇函数：定义域关于原点对称，且 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$；偶函数：定义域关于原点对称，且 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$.

6. 【2014 高考广东卷.文.5】下列函数为奇函数的是（ ）

A. $2^x-\dfrac{1}{2^x}$ B. $x^3\sin x$ C. $2\cos x+1$

D. x^2+2^x

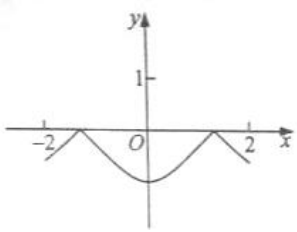
【答案】A

【解析】对于 A 选项中的函数 $f\left(x\right)=2^x-\dfrac{1}{2^x}=2^x-2^{-x}$，函数定义域为 R，$f\left(-x\right)=2^{-x}-2^{-(-x)}=2^{-x}-2^x$ $=-f\left(x\right)$，故 A 选项中的函数为奇函数；对于 B 选项中的函数 $g\left(x\right)=x^3\sin x$，由于函数 $y_1=x^3$ 与函数 $y_2=\sin x$ 均为奇函数，则函数 $g\left(x\right)=x^3\sin x$ 为偶函数；对于 C 选项中的函数 $h\left(x\right)=2\cos x+1$，定义域为 R，$h\left(-x\right)=2\cos\left(-x\right)+1=2\cos x+1=h\left(x\right)$，故函数 $h\left(x\right)=2\cos x+1$ 为偶函数；对于 D 选项中的函数 $\varphi\left(x\right)=x^2+2^x$，$\varphi\left(1\right)=3$，$\varphi\left(-1\right)=\dfrac{3}{2}$，则 $\varphi\left(-1\right)\neq\pm\varphi\left(1\right)$，因此函数 $\varphi\left(x\right)=x^2+2^x$ 为非奇非偶函数，故选 A.

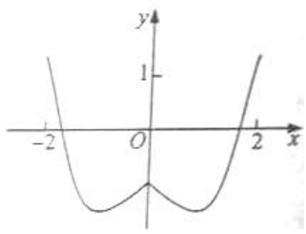
【考点定位】本题考查函数的奇偶性的判定，着重考查利用定义来进行判断，属于中等题.

【名师点睛】本题主要考查的是函数的奇偶性，属于中等题．解题时一定要判断函数的定义域是否关于原点对称，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是函数的奇偶性，即奇函数：定义域关于原点对称，且 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$；偶函数：定义域关于原点对称，且 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$.

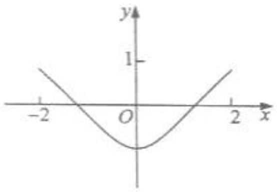
7. 【2016 高考新课标 1 文数】函数 $y = 2x^2 - e^{|x|}$ 在 $[-2,2]$ 的图像大致为（　　）



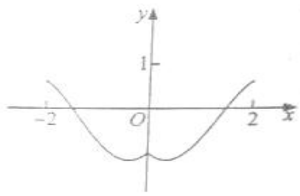
（A）



（B）



（C）



（D）

【答案】D

【解析】

试题分析：函数 $f(x)=2x^2-e^{|x|}$ 在 $[-2,2]$ 上是偶函数,其图象关于 y 轴对称,因为 $f(2)=8-e^2, 0<8-e^2<1$,所以排除 A,B 选项；当 $x\in[0,2]$ 时，$y'=4x-e^x$ 有一零点,设为 x_0,当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f(x)$ 为减函数,当 $x\in(x_0,2)$ 时，$f(x)$ 为增函数．故选 D.

考点：函数图像与性质

【名师点睛】函数中的识图题多次出现在高考试题中,也可以说是高考的热点问题,这类题目一般比较灵活,对解题能力要求较高,故也是高考中的难点,解决这类问题的方法一般是利用间接法,即由函数性质排除不符合条件的选项.

8. 【2015 高考广东，文 3】下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是（　　）

A． $y = x^2 + \sin x$　　B． $y = x^2 - \cos x$　　C． $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$

D. $y = x + \sin 2x$

【答案】A

【解析】函数 $f(x) = x^2 + \sin x$ 的定义域为 R，关于原点对称，因为 $f(1) = 1 + \sin 1$，$f(-1) = 1 - \sin 1$，所以函数 $f(x) = x^2 + \sin x$ 既不是奇函数，也不是偶函数；函数 $f(x) = x^2 - \cos x$ 的定义域为 R，关于原点对称，因为 $f(-x) = (-x)^2 - \cos(-x) = x^2 - \cos x = f(x)$，所以函数 $f(x) = x^2 - \cos x$ 是偶函数；函数 $f(x) = 2^x + \frac{1}{2^x}$ 的定义域为 R，关于原点对称，因为 $f(-x) = 2^{-x} + \frac{1}{2^{-x}} = \frac{1}{2^x} + 2^x = f(x)$，

所以函数 $f(x)=2^x+\frac{1}{2^x}$ 是偶函数；函数 $f(x)=x+\sin 2x$ 的定义域为R，关于原点对称，因为 $f(-x)=-x+\sin(-2x)=-x-\sin 2x=-f(x)$，所以函数 $f(x)=x+\sin 2x$ 是奇函数．故选 A．

【考点定位】函数的奇偶性．

【名师点睛】本题主要考查的是函数的奇偶性，属于容易题．解题时一定要判断函数的定义域是否关于原点对称，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是函数的奇偶性，即奇函数：定义域关于原点对称，且 $f(-x)=-f(x)$；偶函数：定义域关于原点对称，且 $f(-x)=f(x)$．

9. 【 2014 湖南文 4】下列函数中，既是偶函数又在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增的是（　　）

$A.f(x)=\frac{1}{x^2}$　　$B.f(x)=x^2+1$　　$C.f(x)=x^3$　　$D.f(x)=2^{-x}$

【答案】A

【解析】根据函数奇偶性的判断可得选项 A,B 为偶函数,C 为奇函数,D 为非奇非偶函数,所以排除 C,D 选项.由二次函数的图像可得选项 B 在 $(-\infty,0)$ 是单调递减的,根据排除法选 A.因为函数 $y=x^2$ 在 $(-\infty,0)$ 是单调递减的且 $y=\frac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 是单调递增的,所以根据复合函数单调性的判断同增异减可得选项 A 在 $(-\infty,0)$ 是单调递减的.

【考点定位】奇偶性 单调性

【名师点睛】有关函数的基本性质的判断题目属于平时考试和练习的常见题型，解决问题的关键是根据所给选项对应的函数性质进行逐一发现验证即可.

10. 【2016 高考新课标 2 文数】下列函数中，其定义域和值域分别与函数 y=$10^{\lg x}$ 的定义域和值域相同的是（　　）

（A）$y=x$　　（B）$y=\lg x$　　（C）$y=2^x$　　（D）$y=\frac{1}{\sqrt{x}}$

【答案】D

【解析】

试题分析：$y=10^{\lg x}=x$，定义域与值域均为 $(0,+\infty)$，只有 D 满足，故选 D．

考点： 函数的定义域、值域，对数的计算.

【名师点睛】基本初等函数的定义域、值域问题，应熟记图象，运用数形结合思想求解.

11. 【2016 高考新课标 2 文数】已知函数 $f(x)$（$x\in$R）满足 $f(x)=f(2-x)$，若函数 $y=|x^2-2x-3|$

与 $y=f(x)$ 图像的交点为（x_1, y_1），（x_2, y_2），…，（x_m, y_m），则 $\sum_{i=1}^{m} x_i =$（　　）

(A) 0　　(B) m　　(C) $2m$　　(D) $4m$

【答案】B

【解析】

试题分析：因为 $y=f(x), y=|x^2-2x-3|$ 都关于 $x=1$ 对称，所以它们交点也关于 $x=1$ 对称，当 m 为偶数时，其和为 $2\times\frac{m}{2}=m$，当 m 为奇数时，其和为 $2\times\frac{m-1}{2}+1=m$，因此选 B.

考点： 函数的奇偶性，对称性.

【名师点睛】如果函数 $f(x)$，$\forall x\in D$，满足 $\forall x\in D$，恒有 $f(a+x)=f(b-x)$，那么函数的图象有对称轴 $x=\frac{a+b}{2}$；如果函数 $f(x)$，$\forall x\in D$，满足 $\forall x\in D$，恒有 $f(a-x)=-f(b+x)$，那么函数的图象有对称中心.

12. 【2014 山东. 文 3】 函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\log_2 x-1}}$ 的定义域为（　　）

A. $(0,2)$　　B. $(0,2]$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $[2,+\infty)$

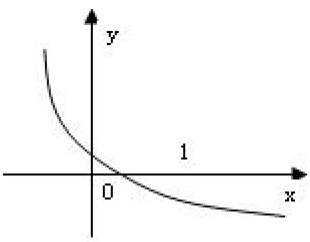
【答案】C

【解析】由已知 $\log_2 x-1>0$，$\log_2 x>1$，解得 $x>2$，故选 C.

考点：函数的定义域，对数函数的性质.

【名师点睛】本题考查函数的概念、函数的定义域. 解答本题关键是利用求函数定义域的基本方法，建立不等式组求解. 本题属于基础题，注意基本概念的正确理解以及计算的准确性.

13. 【2014 山东. 文 6】已知函数 $y=\log_a(x+c)$（a,c 为常数，其中 $a>0, a\neq 1$）的图象如右图，则下列结论成立的是（　　）



A. $a>1, c>1$　　B. $a>1, 0<c<1$

C. $0<a<1, c>1$　　D. $0<a<1, 0<c<1$

【答案】D

【解析】由图可知，$y=\log_a(x+c)$ 的图象是由 $y=\log_a x$ 的图象向左平移个单位而得到的，

其中 $0<c<1$，再根据单调性易知 $0<a<1$，故选 D.

考点：对数函数的图象和性质.

【名师点睛】本题考查对数函数的图象．由于 $y=\log_a(x+c)$ 的图象是由 $y=\log_a x$ 的图象向左平移 c 个单位得到的，知 $0<c<1$，根据图象从左向右是下降的，知 $0<a<1$.

本题属于基础题，注意牢记常见初等函数的图象和性质并灵活运用.

14．**2016 高考新课标III文数**]已知 $a=2^{\frac{4}{3}},b=3^{\frac{2}{3}},c=25^{\frac{1}{3}}$，则（　　）

(A) $b<a<c$　(B) $a<b<c$　(C) $b<c<a$　(D) $c<a<b$

【答案】A

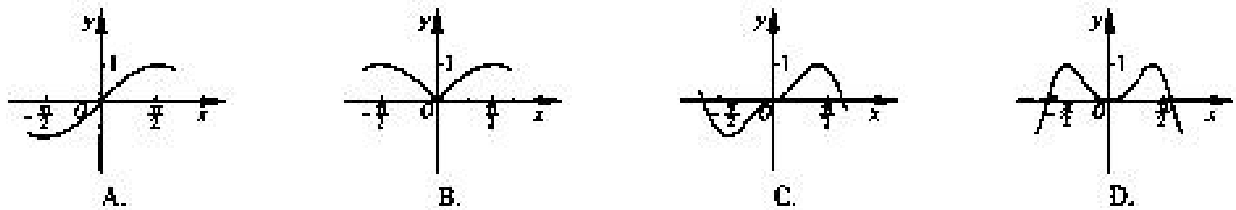
【解析】

试题分析：因为 $a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，又函数 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，所以 $3^{\frac{2}{3}}<4^{\frac{2}{3}}<5^{\frac{2}{3}}$，即 $b<a<c$，故选 A.

考点：幂函数的单调性.

【技巧点拨】比较指数的大小常常根据三个数的结构联系相关的指数函数与对数函数、幂函数的单调性来判断，如果两个数指数相同，底数不同，则考虑幂函数的单调性；如果指数不同，底数相同，则考虑指数函数的单调性；如果涉及到对数，则联系对数的单调性来解决.

15．【2016 高考浙江文数】函数 $y=\sin x^2$ 的图象是（　）



【答案】D

【解析】

试题分析：因为 $y=\sin x^2$ 为偶函数，所以它的图象关于 y 轴对称，排除 A、C 选项；当 $x^2=\frac{\pi}{2}$，

即 $x=\pm\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 时，$y_{max}=1$，排除 B 选项，故选 D.

考点：三角函数图象.

【方法点睛】给定函数的解析式识别图象，一般从五个方面排除、筛选错误或正确的选项：（1）从函数的定义域，判断图象左右的位置，从函数的值域，判断图象的上下位置；（2）从函数的单调性，判断图象的变化趋势；（3）从函数的奇偶性，判断图象的对称性；（4）从函数的周期

性，判断函数的循环往复；（5）从特殊点出发，排除不符合要求的选项.

16. 【2015 高考山东，文 2】设 $a=0.6^{0.6}$，$b=0.6^{1.5}$，$c=1.5^{0.6}$，则 a，b，c 的大小关系是（　）

（A）$a<b<c$　（B）$a<c<b$　（C）$b<a<c$　（D）$b<c<a$

【答案】C

【解析】由 $y=0.6^x$ 在区间 $(0,+\infty)$ 是单调减函数可知，$0<0.6^{1.5}<0.6^{0.6}<1$，又 $1.5^{0.6}>1$，

故选 C.

【考点定位】1.指数函数的性质；2.函数值比较大小.

【名师点睛】本题考查指数函数的性质，主要利用函数的单调性求解，题目看上去简单，但对指数函数底数的两种不同取值情况均做了考查.

本题属于基础题，是教科书例题的简单改造，关键是要熟练掌握指数函数的性质.

17. 【2014 山东. 文 5】 已知实数 x,y 满足 $a^x<a^y(0<a<1)$，则下列关系式恒成立的是（　）

A. $x^3>y^3$　　B. $\sin x>\sin y$

C. $\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$　　D. $\dfrac{1}{x^2+1}>\dfrac{1}{y^2+1}$

【答案】A

【解析】由 $a^x<a^y(0<a<1)$ 知，$x>y$. 所以，$x^3>y^3$，A 正确.

通过举反例可以说明其它选项均不正确. 对于 B，取 $x=\dfrac{2\pi}{3},y=\dfrac{\pi}{3},x>y$, 此时 $\sin x=\sin y$，

$\sin x>\sin y$ 不成立；

对于 C，取 $x=1,y=-2,x>y$, 此时 $\ln 2<\ln 5$，$\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$ 不成立；

对于 D，取 $x=2,y=-1,x>y$, 此时 $\dfrac{1}{5}<\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{x^2+1}>\dfrac{1}{y^2+1}$ 不成立；

故选 A

考点：指数函数的性质，不等式的性质.

【名师点睛】本题考查指数函数、对数函数、正弦函数及幂函数的单调性. 比较函数值大小问题，往往结合函数的单调性，有时通过引入“-1，0，1”等作为“媒介”. 本题属于基础题，注意牢记常见初等函数的性质并灵活运用.

18. 【2016 高考浙江文数】已知 a，$b>0$，且 $a\neq1$，$b\neq1$，若 $\log_a b>1$，则（　）

A. $(a-1)(b-1)<0$　　B. $(a-1)(a-b)>0$

C. $(b-1)(b-a)<0$　　D. $(b-1)(b-a)>0$

【答案】D

【解析】

试题分析：$\log_a b > \log_a a = 1$，

当$a>1$时，$b>a>1$，$\therefore a-1>0, b-a>0$，$\therefore (a-1)(b-a)>0$；

当$0<a<1$时，$\therefore 0<b<a<1$，$\therefore a-1<0, b-a<0$，$\therefore (a-1)(b-a)>0$．故选 D.

考点：对数函数的性质.

【易错点睛】在解不等式$\log_a b>1$时，一定要注意对分为$a>1$和$0<a<1$两种情况进行讨论，否则很容易出现错误.

19. 【2015 高考山东，文 8】若函数$f(x)=\dfrac{2^x+1}{2^x-a}$是奇函数，则使$f(x)>3$成立的的取值范围为(　　)

(A)$(-\infty,-1)$　(B)$(-1,0)$　(C)$(0,1)$　(D)$(1,+\infty)$

【答案】C

【解析】由题意$f(x)=-f(-x)$，即$\dfrac{2^x+1}{2^x-a}=-\dfrac{2^{-x}+1}{2^{-x}-a}$,所以，$(1-a)(2^x+1)=0, a=1$，$f(x)=\dfrac{2^x+1}{2^x-1}$,由$f(x)=\dfrac{2^x+1}{2^x-1}>3$得，$1<2^x<2, 0<x<1$,故选$C$.

【考点定位】1. 函数的奇偶性；2. 指数运算.

【名师点睛】本题考查函数的奇偶性及指数函数的性质，解答本题的关键，是利用函数的奇偶性，确定得到的取值，并进一步利用指数函数的单调性，求得的取值范围.

本题属于小综合题，在考查函数的奇偶性、指数函数的性质等基础知识的同时，较好地考查了考生的运算能力.

20. 【2015 高考山东，文 10】设函数$f(x)=\begin{cases}3x-b, x<1\\ 2^x, x\ge 1\end{cases}$，若$f(f(\frac{5}{6}))=4$，则$b=$（　　）

(A)　(B) $\dfrac{7}{8}$　(C) $\dfrac{3}{4}$　(D) $\dfrac{1}{2}$

【答案】D

【解析】由题意，$f(\frac{5}{6})=3\times\frac{5}{6}-b=\frac{5}{2}-b$，由 $f(f(\frac{5}{6}))=4$ 得，$\begin{cases}\frac{5}{2}-b<1\\3(\frac{5}{2}-b)-b=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\frac{5}{2}-b\geq 1\\2^{\frac{5}{2}-b}=4\end{cases}$，

解得 $b=\frac{1}{2}$，故选 D.

【考点定位】1.分段函数；2.函数与方程.

【名师点睛】本题考查了分段函数及函数方程思想，解答本题的关键，是理解分段函数的概念，明确函数值计算层次，准确地加以计算.

本题属于小综合题，在考查分段函数及函数方程思想的同时，较好地考查了考生的运算能力及分类讨论思想.

21. 【2016高考浙江文数】已知函数 $f(x)=x^2+bx$，则“$b<0$”是“$f(f(x))$的最小值与 $f(x)$ 的最小值相等”的（　　）

A.充分不必要条件　　　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　　　D.既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

试题分析：由题意知 $f(x)=x^2+bx=(x+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}$，最小值为 $-\frac{b^2}{4}$.

令 $t=x^2+bx$，则 $f(f(x))=f(t)=t^2+bt=(t+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4},t\geq-\frac{b^2}{4}$，

当 $b<0$ 时，$f(f(x))$ 的最小值为 $-\frac{b^2}{4}$，所以“$b<0$”能推出“$f(f(x))$ 的最小值与 $f(x)$ 的最小值相等”；

当 $b=0$ 时，$f(f(x))=x^4$ 的最小值为 0，$f(x)$ 的最小值也为 0，所以“$f(f(x))$ 的最小值与 $f(x)$ 的最小值相等”不能推出“$b<0$”. 故选 A.

考点：充分必要条件.

【方法点睛】解题时一定要注意 $p\Rightarrow q$ 时，p 是的充分条件，是 p 的必要条件，否则很容易出现错误. 充分、必要条件的判断即判断命题的真假，在解题中可以根据原命题与其逆否命题进行等价转化.

22. 【2015 高考陕西，文 4】设 $f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{x},x\ge 0\\ 2^x,x<0\end{cases}$，则 $f(f(-2))=$（　　）

A. -1　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{3}{2}$

【答案】C

【解析】因为 $f(-2)=2^{-2}=\frac{1}{4}$，所以 $f(f(-2))=f(\frac{1}{4})=1-\sqrt{\frac{1}{4}}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，故答案选 C

【考点定位】1. 分段函数；2. 复合函数求值.

【名师点睛】1. 本题考查分段函数和复合函数求值，此题需要先求 $f(-2)$ 的值，继而去求 $f(f(-2))$ 的值；2. 若求函数 $f[f(a)]$ 的值，需要先求 $f(a)$ 的值，再去求 $f[f(a)]$ 的值；若是解方程 $f[f(x)]=a$ 的根，则需先令 $f(x)=t$，即 $f(t)=a$，再解方程 $f(t)=a$ 求出的值，最后在解方程 $f(x)=t$；3. 本题属于基础题，注意运算的准确性.

23. 【2016 高考浙江文数】已知函数 $f(x)$ 满足：$f(x)\ge|x|$ 且 $f(x)\ge 2^x,x\in\mathbf{R}$.（　　）

A. 若 $f(a)\le|b|$，则 $a\le b$　　B. 若 $f(a)\le 2^b$，则 $a\le b$

C. 若 $f(a)\ge|b|$，则 $a\ge b$　　D. 若 $f(a)\ge 2^b$，则 $a\ge b$

【答案】B

【解析】

试题分析：由已知可设 $f(x)=\begin{cases}2^x(x\ge 0)\\ 2^{-x}(x<0)\end{cases}$，则 $f(a)=\begin{cases}2^a(a\ge 0)\\ 2^{-a}(a<0)\end{cases}$，因为 $f(x)$ 为偶函数，所以只考虑 $a\ge 0$ 的情况即可．若 $f(a)\le 2^b$，则 $2^a\le 2^b$，所以 $a\le b$．故选 B．

考点：函数的奇偶性.

【思路点睛】先由已知条件可得 $f(x)$ 的解析式，再由 $f(x)$ 的解析式判断 $f(x)$ 的奇偶性，进而对选项逐个进行排除.

24. 【2014 高考陕西版文第 7 题】下了函数中，满足“$f(x+y)=f(x)f(y)$”的单调递增函数是（　　）

（A）$f(x)=x^3$　（B）$f(x)=3^x$　（C）$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$　（D）$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

【答案】B

【解析】

试题分析：A 选项：由 $f\left(x+y\right)=\left(x+y\right)^{3}$，$f\left(x\right)f\left(y\right)=x^{3}\cdot y^{3}=(xy)^{3}$，得 $f\left(x+y\right)\neq f\left(x\right)f\left(y\right)$，所以 A 错误；B 选项：由 $f\left(x+y\right)=3^{x+y}$，$f\left(x\right)f\left(y\right)=3^{x}\cdot 3^{y}=3^{x+y}$，得 $f\left(x+y\right)=f\left(x\right)f\left(y\right)$；又函数 $f\left(x\right)=3^{x}$ 是定义在 R 上增函数，所以 B 正确；C 选项：由 $f\left(x+y\right)=\left(x+y\right)^{\frac{2}{3}}$，$f\left(x\right)f\left(y\right)=x^{\frac{2}{3}}\cdot y^{\frac{2}{3}}=(xy)^{\frac{2}{3}}$，得 $f\left(x+y\right)\neq f\left(x\right)f\left(y\right)$，所以 C 错误；D 选项：函数 $f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ 是定义在 R 上减函数，所以 D 错误；故选 B．

考点：函数求值；函数的单调性.

【名师点睛】本题主要考查的是函数求值；函数的单调性等知识，属于容易题；在解本题时可以首先由单调性排除 D 选项， 再验证 A，，C 选项是否满足“$f\left(x+y\right)=f\left(x\right)f\left(y\right)$”即可.在解答时对于正确选项要说明理由，对于错误选项则只要举出反例即可，

25. 【2015 高考陕西，文 9】 设 $f(x)=x-\sin x$，则 $f(x)=$（　　）

A. 既是奇函数又是减函数　　B. 既是奇函数又是增函数

C. 是有零点的减函数　　D. 是没有零点的奇函数

【答案】B

【解析】$f(x)=x-\sin x\Rightarrow f(-x)=(-x)-\sin(-x)=-x+\sin x=-(x-\sin x)=-f(x)$，

又 $f(x)$ 的定义域为 R 是关于原点对称，所以 $f(x)$ 是奇函数；$f'(x)=1-\cos x\geq 0\Rightarrow f(x)$ 是增函数.

故答案选 B

【考点定位】函数的性质.

【名师点睛】1. 本题考查函数的性质，判断函数的奇偶性时，应先判断函数定义域是否关于原点对称，然后再判断 $f(x)$ 和 $f(-x)$ 的关系，函数的单调性可以通过导函数判断. 2. 本题属于基础题，注意运算的准确性.

26. 【2015 高考陕西，文 10】设 $f(x)=\ln x, 0<a<b$，若 $p=f(\sqrt{ab})$，$q=f(\frac{a+b}{2})$，$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))$，则下列关系式中正确的是（　　）

A. $q=r<p$　　B. $q=r>p$　　C. $p=r<q$　　D. $p=r>q$

【答案】C

【解析】$p=f(\sqrt{ab})=\ln\sqrt{ab}=\frac{1}{2}\ln ab$；$q=f(\frac{a+b}{2})=\ln\frac{a+b}{2}$；

$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))=\frac{1}{2}\ln ab$

因为 $\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$，由 $f(x)=\ln x$ 是个递增函数，$f(\frac{a+b}{2})>f(\sqrt{ab})$

所以 $q>p=r$，故答案选 C

【考点定位】函数单调性的应用.

【名师点睛】1. 本题考查函数单调性，因为函数 $f(x)=\ln x$ 是个递增函数，所以只需判断 $\frac{a+b}{2}$ 和 $\sqrt{ab}$ 的大小关系即可；2. 本题属于中档题，注意运算的准确性.

27. 【2016 高考北京文数】已知 $A(2,5)$，$B(4,1)$，若点 $P(x,y)$ 在线段 AB 上，则 $2x-y$ 的最大值为（　）

A. −1　　B. 3　　C. 7　　D. 8

【答案】C

【解析】

试题分析：由题意得，AB：$y-1=\frac{5-1}{2-4}(x-4)\Rightarrow y=-2x+9$，

$\therefore 2x-y=2x-(-2x+9)=4x-9\le 4\cdot 4-9=7$，当 $x=4$ 时等号成立，即 $2x-y$ 的最大值为 7，故选 C.

考点：　函数最值

【名师点睛】求函数值域的常用方法：①单调性法，如(5)；②配方法，如(2)；③分离常数法，如(1)；④数形结合法；⑤换元法(包括代数换元与三角换元)，如(2)，(3)；⑥判别式法，如(4)；⑦不等式法，如(4)，(5)；⑧导数法，主要是针对在某区间内连续可导的函数；⑨图象法，求分段函数的值域通常先作出函数的图象，然后由函数的图象写出函数的值域，如(6)；对于二元函数的值域问题，如(5)，其解法要针对具体题目的条件而定，有些题目可以将二元函数化为一元函数求值域，有些题目也可用不等式法求值域．求函数的值域是个较复杂的问题，它比求函数的定义域难度要大，而单调性法，即根据函数在定义域内的单调性求函数的值域是较为简单且常用的方法，应重点掌握.

28. 【2016 高考北京文数】下列函数中，在区间 $(-1,1)$ 上为减函数的是（　）

A. $y=\frac{1}{1-x}$　　B. $y=\cos x$　　C. $y=\ln(x+1)$　　D. $y=2^{-x}$

【答案】D

【解析】

试题分析：由 $y=2^{-x}=(\frac{1}{2})^{x}$ 在 R 上单调递减可知 D 符合题意，故选 D.

考点：函数单调性

【名师点睛】函数单调性的判断：(1)常用的方法有：定义法、导数法、图象法及复合函数法.

(2)两个增(减)函数的和仍为增(减)函数；一个增(减)函数与一个减(增)函数的差是增(减)函数；

(3)奇函数在关于原点对称的两个区间上有相同的单调性，偶函数在关于原点对称的两个区间上有相反的单调性.

29. 【2014 四川，文 7】已知$b>0$，$\log_5 b=a$，$\lg b=c$，$5^d=10$，则下列等式一定成立的是（　　）

A、$d=ac$　　B、$a=cd$　　C、$c=ad$　　D、$d=a+c$

【答案】B

【解析】

试题分析：$\log_5 b=a,\lg b=c$ 相除得 $\dfrac{\log_5 b}{\lg b}=\dfrac{a}{c},\log_5 10=\dfrac{a}{c}$，又 $5^d=10,\therefore \log_5 10=d$，所以 $d=\dfrac{a}{c}\Rightarrow cd=a$. 选 B.

【考点定位】指数运算与对数运算.

【名师点睛】解题的关键是求得已知$\begin{cases}x\ge 0\\ y\ge 0\\ x+y\le 1\end{cases}$，求 $S=2x+y$ 的最大值，接下来就线性规划问题了，利用线性规划求线性目标函数的最值，属于容易题，在画可行域时，首先必须找准可行域的范围，其次要注意目标函数对应的直线斜率的大小，从而确定目标函数取到最优解时所经过的点，切忌随手一画导致错解.

30. 【2015 高考四川，文 5】下列函数中，最小正周期为π的奇函数是(　　)

(A) $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{2})$　　(B) $y=\cos(2x+\dfrac{\pi}{2})$

(C) $y=\sin 2x+\cos 2x$　　(D) $y=\sin x+\cos x$

【答案】B

【解析】A、B、C 的周期都是 π，D 的周期是 2π

但 A 中，$y=\cos 2x$ 是偶函数，C 中 $y=\sqrt{2}\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$是非奇非偶函数

故正确答案为 B

【考点定位】本题考查三角函数的基本概念和性质，考查函数的周期性和奇偶性，考查简单的三角函数恒等变形能力.

【名师点睛】讨论函数性质时，应该先注意定义域，在不改变定义域的前提下，将函数化简整理为标准形式，然后结合图象进行判断.本题中，C、D两个选项需要先利用辅助角公式整理，再结合三角函数的周期性和奇偶性(对称性)进行判断即可.属于中档题.

31. 【2016高考上海文科】设$f(x)$、$g(x)$、$h(x)$是定义域为R的三个函数，对于命题：①若$f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$均为增函数，则$f(x)$、$g(x)$、$h(x)$中至少有一个增函数；②若$f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$均是以T为周期的函数，则$f(x)$、$g(x)$、$h(x)$均是以T为周期的函数，下列判断正确的是（　　）

A、①和②均为真命题　　　B、①和②均为假命题

C、①为真命题，②为假命题　D、①为假命题，②为真命题

【答案】D

【解析】

试题分析：①不成立，可举反例

$$f(x)=\begin{cases}2x, & x\le 1\\ -x+3, & x>1\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}2x+3, & x\le 0\\ -x+3, & 0<x<1\\ 2x, & x\ge 1\end{cases},\quad h(x)=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ 2x, & x>0\end{cases}$$

② $f(x)+g(x)=f(x+T)+g(x+T)$

$f(x)+h(x)=f(x+T)+h(x+T)$

$g(x)+h(x)=g(x+T)+h(x+T)$

前两式作差，可得 $g(x)-h(x)=g(x+T)-h(x+T)$

结合第三式，可得 $g(x)=g(x+T)$， $h(x)=h(x+T)$

也有 $f(x)=f(x+T)$

∴②正确

故选D.

考点：1.抽象函数；2.函数的单调性；3.函数的周期性.

【名师点睛】本题主要考查抽象函数下函数的单调性与周期性，是高考常考知识内容.本题具备一定难度.解答此类问题，关键在于灵活选择方法，如结合选项应用“排除法”，通过举反例应用“排除法”等.

本题能较好的考查考生分析问题解决问题的能力、基本计算能力等.

32. 【2015高考四川，文8】某食品的保鲜时间y（单位：小时）与储藏温度（单位：℃)满足函数关系$y=e^{kx+b}$（$e=2.718...$为自然对数的底数，k,b为常数).若该食品在℃的保鲜时间是

192 小时，在 22 ℃的保鲜时间是 48 小时，则该食品在 33 ℃的保鲜时间是（　　）

(A) 16 小时　　(B) 20 小时　　(C) 24 小时　　(D) 21 小时

【答案】C

【解析】由题意，$\begin{cases}192=e^{b}\\48=e^{22k+b}\end{cases}$ 得 $\begin{cases}192=e^{b}\\\frac{1}{2}=e^{11k}\end{cases}$，于是当 $x=33$ 时，$y=e^{33k+b}=(e^{11k})^{3}\cdot e^{b}=(\frac{1}{2})^{3}\times192$ $=24$（小时）

【考点定位】本题考查指数函数的概念及其性质，考查函数模型在现实生活中的应用，考查整体思想，考查学生应用函数思想解决实际问题的能力.

【名师点睛】指数函数是现实生活中最常容易遇到的一种函数模型，如人口增长率、银行储蓄等等，与人们生活密切相关.本题已经建立好了函数模型，只需要考生将已知的两组数据代入，即可求出其中的待定常数.但本题需要注意的是：并不需要得到 k 和 b 的准确值，而只需求出 e^{b} 和 e^{11k}，然后整体代入后面的算式，即可得到结论，否则将增加运算量.属于中档题.

33.　【2014 全国 1，文 5】设函数 $f(x),g(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则下列结论中正确的是（　　）

A. $f(x)g(x)$ 是偶函数　　B. $|f(x)|g(x)$ 是奇函数

C. $f(x)|g(x)|$ 是奇函数　　D. $|f(x)g(x)|$ 是奇函数

【答案】C

【解析】由函数 $f(x),g(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，可得：$|f(x)|$ 和 $|g(x)|$ 均为偶函数，根据一奇一偶函数相乘为奇函数和两偶函数相乘为偶函数的规律可知选 C.

考点：函数的奇偶性

【名师点睛】本题主要考查了函数的奇偶性，在研究函数 $|f(x)|$ 的奇偶性时，一定要注意 $f(x)$ 的奇偶性，只有 $f(x)$ 具备奇偶性，函数 $|f(x)|$ 才是偶函数，否者不成立.

34.【2015 高考新课标 1，文 10】已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x-1}-2, x\le1\\-\log_{2}(x+1), x>1\end{cases}$，且 $f(a)=-3$，则 $f(6-a)=$（　　）

(A) $-\frac{7}{4}$　　(B) $-\frac{5}{4}$　　(C) $-\frac{3}{4}$　　(D) $-\frac{1}{4}$

【答案】A

【解析】∵ $f(a)=-3$，∴当 $a\le1$ 时，$f(a)=2^{a-1}-2=-3$，则 $2^{a-1}=-1$，此等式显然不成

立，

当$a>1$时，$-\log_2(a+1)=-3$，解得$a=7$，∴ $f(6-a)=f(-1)=2^{-1-1}-2=-\frac{7}{4}$，故选 A.

考点：分段函数求值；指数函数与对数函数图像与性质

【名师点睛】对分段函数求值问题，先根据题中条件确定自变量的范围，确定代入得函数解析式，再代入求解，若不能确定，则需要分类讨论；若是已知函数值求自变量，先根据函数值确定自变量所在的区间，若不能确定，则分类讨论，化为混合组求解.

35. 【2016 高考山东文数】若函数$y=f(x)$的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称$y=f(x)$具有 T 性质. 下列函数中具有 T 性质的是（　　）

（A）$y=\sin x$　　（B）$y=\ln x$　　（C）$y=e^x$　　（D）$y=x^3$

【答案】A

【解析】

试题分析：由函数的图象在两点处的切线互相垂直可知，存在两点处的切线斜率的积，即导函数值的乘积为负一.

当$y=\sin x$时，$y'=\cos x$，有$\cos 0\cdot\cos\pi=-1$，所以在函数$y=\sin x$图象存在两点$x=0,x=\pi$使条件成立，故 A 正确；函数$y=\ln x,y=e^x,y=x^3$的导数值均非负，不符合题意，故选 A.

考点：1. 导数的计算；2. 导数的几何意义.

【名师点睛】本题主要考查导数的计算、导数的几何意义及两直线的位置关系，本题给出常见的三角函数、指数函数、对数函数、幂函数，突出了高考命题注重基础的原则. 解答本题，关键在于将直线的位置关系与直线的斜率、切点处的导数值相联系，使问题加以转化，利用特殊化思想解题，降低难度. 本题能较好的考查考生分析问题解决问题的能力、基本计算能力及转化与化归思想的应用等.

36. 【2015 高考新课标 1，文 12】设函数$y=f(x)$的图像与$y=2^{x+a}$的图像关于直线$y=-x$对称，且$f(-2)+f(-4)=1$，则$a=$（ ）

（A） -1　　（B）　　（C）　　（D）

【答案】C

【解析】设 (x,y) 是函数 $y=f(x)$ 的图像上任意一点，它关于直线 $y=-x$ 对称为（$-y,-x$），由已知知（$-y,-x$）在函数 $y=2^{x+a}$ 的图像上，$\therefore -x=2^{-y+a}$，解得 $y=-\log_2(-x)+a$，即 $f(x)=-\log_2(-x)+a$，$\therefore f(-2)+f(-4)=-\log_2 2+a-\log_2 4+a=1$，解得 $a=2$，故选 C.

考点：函数对称；对数的定义与运算

【名师点睛】对已知两个函数的关系及其中一个函数关系式解另一个函数问题，常用相关点转移法求解，即再所求函数上任取一点，根据题中条件找出该点的相关点，代入已知函数解析式，即可得出所求函数的解析式.

37. 【2014 年．浙江卷．文 7】已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，且 $0<f(-1)=f(-2)=f(-3)\le 3$，则（　　）

A. $c\le 3$　　B. $3<c\le 6$　　C. $6<c\le 9$　　D. $c>9$

【答案】C

【解析】

试题分析：设 $f(-1)=f(-2)=f(-3)=k$，则一元二次方程 $f(x)-k=0$ 有三个根 -1、-2、-3，

所以 $f(x)-k=a(x+1(x+2)(x+3)=0$，由于 $f(x)$ 的最高次项的系数为1，所以 $a=1$，

所以 $f(x)=x^3+6x^2+11x+6+k$，因为 $0<k\le 3$，

所以 $6<c=6+k\le 9$.

考点：考查函数与方程的关系，中等题.

【名师点睛】不同主要考查了待定系数法求函数解析式，解决问题的关键是根据所给条件联立得到方程组求解参数，根据函数值的范围求解参数范围；求函数解析式常用的方法：(1)配凑法：由已知条件 f(g(x))＝F(x)，可将 F(x)改写成关于 g(x)的表达式，然后以 x 替代 g(x)，便得 f(x)的表达式；(2)换元法：已知复合函数 f(g(x))的解析式，可用换元法，此时要注意新元的取值范围；(3)待定系数法：若已知函数的类型(如一次函数、二次函数)可用待定系数法；(4)消去法：已知关于 f(x)与 f（$\frac{1}{x}$）或 f(－x)的表达式，可根据已知条件再构造出另外一个等式组成方程组，通过解方程求出 f(x).

38. 【2016 高考山东文数】已知函数 f(x)的定义域为 R. 当 $x<0$ 时，f(x)=x^3-1；当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，f($-x$)= —f(x)；当 $x>\frac{1}{2}$ 时，f($x+\frac{1}{2}$)=f($x-\frac{1}{2}$). 则 f(6)= （　　）

（A）-2　　　　　　　　（B）-1

（C）0　　　　　　　　（D）2

【答案】D

【解析】

试题分析：

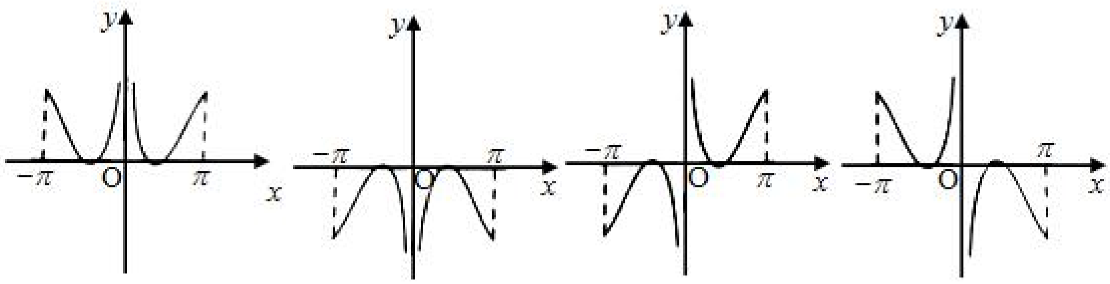
当$x>\frac{1}{2}$时，$f(x+\frac{1}{2})=f(x-\frac{1}{2})$，所以当$x>\frac{1}{2}$时，函数$f(x)$是周期为1的周期函数，所以$f(6)=f(1)$，

又因为当$-1\le x\le 1$时，$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，所以$f(1)=-f(-1)=-\left[\left(-1\right)^3-1\right]=2$，故选D.

考点：1.函数的奇偶性与周期性；2.分段函数.

【名师点睛】本题主要考查分段函数的概念、函数的奇偶性与周期性，是高考常考知识内容.本题具备一定难度.解答此类问题，关键在于利用分段函数的概念，发现周期函数特征，进行函数值的转化.本题能较好的考查考生分析问题解决问题的能力、基本计算能力等.

39. 【2015高考浙江，文5】函数$f\left(x\right)=\left(x-\frac{1}{x}\right)\cos x$（$-\pi\le x\le\pi$且$x\ne 0$）的图象可能为（　　）



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

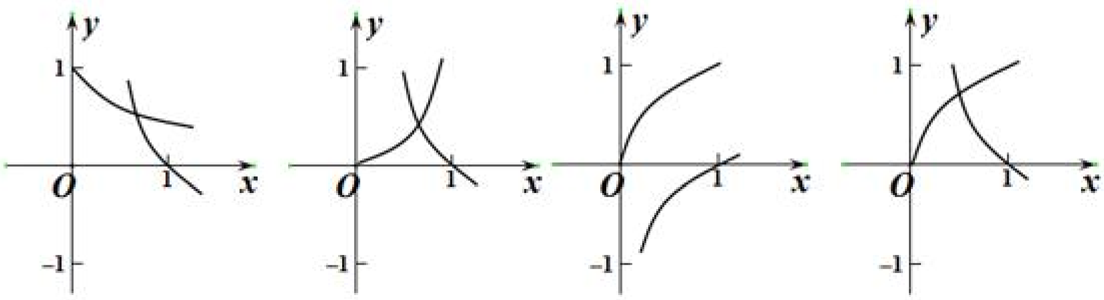
【答案】D

【解析】因为$f(-x)=(-x+\frac{1}{x})\cos x=-(x-\frac{1}{x})\cos x=-f(x)$，故函数是奇函数，所以排除A,B；取$x=\pi$，则$f(\pi)=(\pi-\frac{1}{\pi})\cos\pi=-(\pi-\frac{1}{\pi})<0$，故选D.

【考点定位】1.函数的基本性质；2.函数的图象.

【名师点睛】本题主要考查函数的基本性质以及函数的图象.解答本题时要根据给定函数的解析式并根据给出的图象选项情况确定函数的基本性质，利用排除法确定正确的图象.本题属于容易题.

40. 【2014年.浙江卷.文8】在同一坐标系中，函数$f(x)=x^a(x>0)$，$g(x)=\log_a x$的图象可能是（　　　）



A B C D

【答案】D

【解析】

试题分析：对 A，没有幂函数的图象，不符合题目要求；对 B，$f(x)=x^a(x>0)$ 中 $a>1$，$g(x)=\log_a x$ 中 $0<a<1$，不符合题意；对 C，$f(x)=x^a(x>0)$ 中 $0<a<1$，$g(x)=\log_a x$ 中 $a>1$，不符合题意；对 D，$f(x)=x^a(x>0)$ 中 $0<a<1$，$g(x)=\log_a x$ 中 $0<a<1$，符合题意；故选 D.

考点：幂函数与对数函数的图象判断，容易题.

【名师点睛】本题主要考查了函数的指数与对数函数图像和性质，属于常见题目，难度不大；识图常用的方法：(1)定性分析法：通过对问题进行定性的分析，从而得出图象的上升(或下降)的趋势，利用这一特征分析解决问题；(2)定量计算法：通过定量的计算来分析解决问题；(3)函数模型法：由所提供的图象特征，联想相关函数模型，利用这一函数模型来分析解决问题.

41. 【2016 高考四川文科】某公司为激励创新，计划逐年加大研发奖金投入.若该公司 2015 年全年投入研发资金 130 万元，在此基础上，每年投入的研发资金比上一年增长 12%，则该公司全年投入的研发资金开始超过 200 万元的年份是(　　)

(参考数据：lg1.12=0.05，lg1.3=0.11，lg2=0.30)

(A)2018 年　(B) 2019 年　(C)2020 年　(D)2021 年

【答案】B

【解析】

试题分析：设从 2015 年后第 n 年该公司全年投入的研发资金开始超过 200 万元，由已知得 $130\times(1+12\%)^n>200$，$\therefore 1.12^n>\dfrac{200}{130}$，两边取常用对数得 $n\lg1.12>\lg\dfrac{200}{130}$，$\therefore n>\dfrac{\lg2-\lg1.3}{\lg1.12}=\dfrac{0.3-0.11}{0.05}=3.8$，$\therefore n\geq4$，故选 B.

考点：1.增长率问题；2.常用对数的应用.

【名师点睛】本题考查等比数列的实际应用．在实际问题中平均增长率问题可以看作是等比数列的应用，解题时要注意把哪个作为数列的首项，然后根据等比数列的通项公式写出通项，列出不等式或方程就可解得结论．

42. 【2014 高考重庆文第 4 题】下列函数为偶函数的是（　　）

$A.f(x)=x-1$　　$B.f(x)=x^2+x$　　$C.f(x)=2^x-2^{-x}$　　$D.f(x)=2^x+2^{-x}$

【答案】D

【解析】

试题分析：因为 $f\left(x\right)=x-1$ 不是奇函数也不是偶函数，所以选项 A 不正确；因为 $f\left(x\right)=x^2+x$ 不是奇函数也不是偶函数，所以选项 B 不正确；由 $f\left(x\right)=2^x-2^{-x}$，$f\left(-x\right)=2^{-x}-2^x=-\left(2^x-2^{-x}\right)=-f\left(x\right)$，所以 $f\left(x\right)$ 是奇函数，选项 C 不正确．由 $f\left(x\right)=2^x+2^{-x}$，$f\left(-x\right)=2^{-x}+2^x=2^x+2^{-x}=f\left(x\right)$，所以 $f\left(x\right)$ 是偶函数，选项 D 正确．故选 D.

考点：函数奇偶性的判断.

【名师点睛】本题考查了函数奇偶性的概念及判断方法，本题属于基础题，注意函数的定义关系于原点对称是函数具有奇偶性的必要条件.

43. 【2014 重庆文第 10 题】已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}-3, & x\in(-1,0]\\ x, & x\in(0,1]\end{cases}$，且 $g(x)=f(x)-mx-m$ 在 $(-1,1]$ 内有且仅有两个不同的零点，则实数 m 的取值范围是（　　）

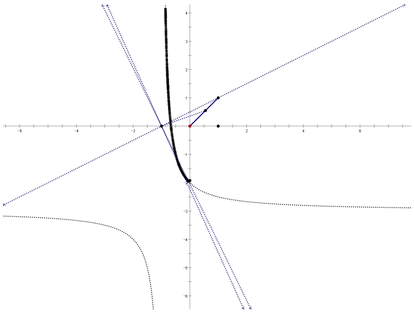
A. $(-\dfrac{9}{4},-2]\cup(0,\dfrac{1}{2}]$　　B. $(-\dfrac{11}{4},-2]\cup(0,\dfrac{1}{2}]$

C. $(-\dfrac{9}{4},-2]\cup(0,\dfrac{2}{3}]$　　D. $(-\dfrac{11}{4},-2]\cup(0,\dfrac{2}{3}]$

【答案】A

【解析】

试题分析：



令$h(x)=mx+m$，则问题转化为$f(x)$与$h(x)$的图象在$[-1,1]$内有且仅有两个交点；$f(x)$是一个分段函数，$h(x)$的图象是过定点$(-1,0)$的直线发上图所示，易求当直线与曲线在第三象限相切时，$m=-\frac{9}{4}$由图可知，$-\frac{9}{4}<m\le -2$或$0<m\le\frac{1}{2}$，故选 A.

考点：1、分段函数；2、函数的零点；3、数形结合的思想.

【名师点睛】本题考查了分段函数的图象，函数的零点，数形结合的思想，本题属于中档题，注意转化思想的应用.

44. 【2015 高考重庆，文 3】函数$f(\mathrm{x})=\log_2(\mathrm{x}^2+2\mathrm{x}-3)$的定义域是（　　）

(A) $[-3,1]$　　(B) $(-3,1)$

(C) $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$　　(D) $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$

【答案】D

【解析】由$x^2+2x-3>0\Rightarrow(x+3)(x-1)>0$解得$x<-3$或$x>1$，故选 D.

【考点定位】函数的定义域与二次不等式.

【名师点睛】本题考查对数函数的定义域与一元二次不等式式的解法，由对数的真数大于零得不等式求解.

本题属于基础题，注意不等式只能是大于零不能等于零.

45. 【2014，安徽文 5】设$a=\log_3 7, b=2^{1.1}, c=0.8^{3.1}$则（　　）

A. $b<a<c$　　B. $c<a<b$　　C. $c<b<a$　　D. $a<c<b$

【答案】B.

【解析】

试题分析：由题意，因为$a=\log_3 7$，则$1<a<2$；$b=2^{1.1}$，则$b>2$；$c=0.8^{3.1}$，则$c<0.8^0=1$，所以$c<a<b$

考点：1. 指数、对数的运算性质.

【名师点睛】指对数比较大小也是高考中常见的考题，常见的方法有：①比较同底数对数的大

小利用函数单调性；②底数不同的对数比较，利用函数图像及相互位置关系比较大小；③既有指数又有对数，或对数底数与真数都不同时，常采用放缩法或找中间值法，多选 0 和 1 等.

46. 【2015 高考安徽，文 4】下列函数中，既是偶函数又存在零点的是（　　）

（A） $y=lnx$　　（B） $y=x^2+1$　　（C） $y=sinx$　　（D） $y=cosx$

【答案】D

【解析】选项 A： $y=\ln x$ 的定义域为（0,+∞），故 $y=\ln x$ 不具备奇偶性，故 A 错误；

选项 B： $y=x^2+1$ 是偶函数，但 $y=x^2+1=0$ 无解，即不存在零点，故 B 错误；

选项 C： $y=\sin x$ 是奇函数，故 C 错；

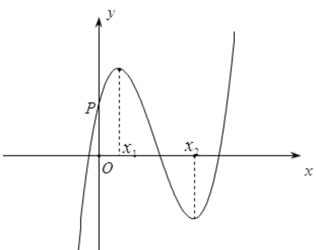
选项 D： $y=\cos x$ 是偶函数，

且 $y=\cos x=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$， $k\in z$，故 D 项正确.

【考点定位】本题主要考查函数的奇偶性和零点的概念.

【名师点睛】在判断函数的奇偶性时，首先要判断函数的定义域是否关于原点对称，然后再判断 $f(x)$ 与 $f(-x)$ 的关系；在判断函数零点时，可分两种情况：①函数图象与 x 轴是否有交点；②令 $f(x)=0$ 是否有解；本题考查考生的综合分析能力.

47. 【2015 高考安徽，文 10】函数 $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的图像如图所示，则下列结论成立的是（　　）



第（10）题图

（A） $a>0$，$b<0$，$c>0$，$d>0$

（B） $a>0$，$b<0$，$c<0$，$d>0$

（C） $a<0$，$b<0$，$c<0$，$d>0$

（D） $a>0$，$b>0$，$c>0$，$d<0$

【答案】A

【解析】由函数 $f(x)$ 的图象可知 $a>0$，令 $x=0 \Rightarrow d>0$

又 $f'(x)=3ax^2+2bx+c$，可知 x_1, x_2 是 $f'(x)=0$ 的两根

由图可知 $x_1>0, x_2>0$

$$\therefore \begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<0 \\ c<0 \end{cases}$$；故 A 正确.

【考点定位】本题主要考查函数的图象和利用函数图象研究函数的性质.

【名师点睛】本题主要是考查考生利用函数图象研究函数的性质，在研究函数的性质时要结合函数的单调性、奇偶性、零点、以及极值等函数的特征去研究，本题考查了考生的数形结合能力.

48. 【2014，安徽文 9】若函数 $f(x)=|x+1|+|2x+a|$ 的最小值 3，则实数的值为（　　）

A. 5 或 8　　B. -1 或 5　　C. -1 或 -4　　D. -4 或

【答案】D.

【解析】

试题分析：由题意，①当 $-1>-\dfrac{a}{2}$ 时，即 $a>2$，$f(x)=\begin{cases} -3x-(1+a), x\le -\dfrac{a}{2} \\ x+a-1, -\dfrac{a}{2}<x\le -1 \\ 3x+(a+1), x>-1 \end{cases}$，则当 $x=-\dfrac{a}{2}$ 时，$f_{\min}(x)=f(-\dfrac{a}{2})=|-\dfrac{a}{2}+1|+|-a+a|=3$，解得 $a=8$ 或 $a=-4$（舍）；②当 $-1<-\dfrac{a}{2}$ 时，即 $a<2$，$f(x)=\begin{cases} -3x-(1+a), x\le -1 \\ -x+1-a, -1<x\le -\dfrac{a}{2} \\ 3x+(a+1), x>-\dfrac{a}{2} \end{cases}$，则当 $x=-\dfrac{a}{2}$ 时，$f_{\min}(x)=f(-\dfrac{a}{2})=|-\dfrac{a}{2}+1|+|-a+a|=3$，解得 $a=8$（舍）或 $a=-4$；③当 $-1=-\dfrac{a}{2}$

时，即 $a=2$， $f(x)=3|x+1|$，此时 $f_{\min}(x)=0$，不满足题意，所以 $a=8$ 或 $a=-4$，故选 D.

考点：1．绝对值函数的最值；2．分类讨论思想应用.

【名师点睛】对于含绝对值的不等式或函数问题，首先要考虑的是根据绝对值的意义去绝对值.常用的去绝对值方法是零点分段法，特别是用于多个绝对值的和或差的问题，另外，利用绝对值的几何意义解题会加快做题速度.本题还可以利用绝对值的几何意义进行求解.

49. 【2014 天津，文 4】设 $a=\log_2\pi, b=\log_{\frac{1}{2}}\pi, c=\pi^{-2}$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $a>c>b$　　D. $c>b>a$

【答案】C.

【解析】

试题分析：因为 $a=\log_2\pi>\log_2 2=1, b=\log_{\frac{1}{2}}\pi<\log_{\frac{1}{2}}1=0, c=\pi^{-2}\in(0,1)$，所以 $a>c>b$，选 C.

考点：比较大小

【名师点睛】本题考查指数、对数值的比较大小，属于基础题，要求熟练利用指数函数图像、对数函数图像，借助中间量 0，1 进行比较大小.

50. 【2015 高考天津，文 8】已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-|x|, x\le 2\\ (x-2)^2, x>2\end{cases}$，函数 $g(x)=3-f(2-x)$，则函数 $y=f(x)-g(x)$ 的零点的个数为（　　）

(A)　2　　(B)　3　　(C) 4　　(D) 5

【答案】A

【解析】当 $x<0$ 时 $2-x>2$，所以 $f(x)=2-|x|=2+x$，$f(2-x)=x^2$，此时函数 $f(x)-g(x)=f(x)+f(2-x)-3=x^2+x-1$ 的小于零的零点为 $x=-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$；当 $0\le x\le 2$ 时 $f(x)=2-|x|=2-x$，$f(2-x)=2-|2-x|=x$，函数 $f(x)-g(x)=2-x+x-3=-1$ 无零点；当 $x>2$ 时，$f(x)=(x-2)^2$，$f(2-x)=2-|2-x|=4-x$，函数 $f(x)-g(x)=(x-2)^2+4-x-3=x^2-5x+5$ 大于 2 的零点为 $x=\frac{5+\sqrt{5}}{2}$，综上可得函数 $y=f(x)-g(x)$ 的零点的个数为 2. 故选 A.

【考点定位】本题主要考查分段函数、函数零点及学生分析问题解决问题的能力.

【名师点睛】本题解法采用了直接解方程求零点的方法,这种方法对运算能力要求较高.含有绝对值的分段函数问题,一直是天津高考数学试卷中的热点,这类问题大多要用到数形结合思想与分类讨论思想,注意在分类时要做到:互斥、无漏、最简.

51. 【2015 高考天津，文 7】 已知定义在 R 上的函数 $f(x)=2^{|x-m|}-1(m为实数)$ 为偶函数,记 $a=f(\log_{0.5}3),\mathrm{b}=f(\log_2 5),\mathrm{c}=f(2m)$，则 a,b,c，的大小关系为（　　）

(A) $a<\mathrm{b}<\mathrm{c}$　　(B) $c<a<\mathrm{b}$　　(C) $a<c<\mathrm{b}$　　(D) $c<\mathrm{b}<a$

【答案】B

【解析】由 $f(x)$ 为偶函数得 $m=0$，所以 $a=2^{|\log_{0.5}3|}-1=2^{\log_2 3}-1=3-1=2$,

$b=2^{\log_2 5}-1=5-1=4$，$c=2^0-1=0$，所以 $c<a<\mathrm{b}$，故选 B.

【考点定位】本题主要考查函数奇偶性及对数运算.

【名师点睛】函数是高考中的重点与热点,客观题中也会出现较难的题,解决此类问题要充分利用相关结论.函数 $y=a^{|x-m|}+b\left(a>0,a\neq 1\right)$ 的图像关于直线 $x=m$ 对称,本题中求 m 的值,用到了这一结论,本题中用到的另一个结论是对数恒等式: $a^{\log_a N}=N\left(a>0,a\neq 1,N>0\right)$.

52.【2014 年普通高等学校招生全国统一考试湖北卷 9】已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=x^2-3x$，则函数 $g(x)=f(x)-x+3$ 的零点的集合为(　　)

A. $\{1,3\}$　　B. $\{-3,-1,1,3\}$　　C. $\{2-\sqrt{7},1,3\}$

D. $\{-2-\sqrt{7},1,3\}$

【答案】D

【解析】

试题分析：因为 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x\geq 0$ 时， $f(x)=x^2-3x$，

所以当 $x<0$ 时， $f(x)=-x^2-3x$， 所以 $f(x)=\begin{cases}x^2-3x,x\geq 0\\-x^2-3x,x<0\end{cases}$，

所以 $g(x)=\begin{cases}x^2-4x+3,x\geq 0\\-x^2-4x+3,x<0\end{cases}$，

由 $\begin{cases}x\geq 0\\x^2-4x+3=0\end{cases}$ 解得 $x=1$ 或；由 $\begin{cases}x<0\\-x^2-4x+3=0\end{cases}$ 解得 $x=-2-\sqrt{7}$，

所以函数 $g(x)=f(x)-x+3$ 的零点的集合为 $\{-2-\sqrt{7},1,3\}$，故选 D.

考点：函数的奇偶性的运用，分段函数，函数的零点，一元二次方程的解法，难度中等.

【名师点睛】将函数的奇偶性、分段函数和函数与方程等内容融合在一起，渗透着分类讨论思想和方程思想，能较好的考查学生知识间的综合能力、知识迁移能力和科学计算能力，其易错点有二：其一是不能根据函数的奇偶性正确的求出函数 $f(x)$ 的解析式；其二是合理地进行分类讨论并验证其合理性.

53. 【2015 高考湖北，文 6】函数 $f(x)=\sqrt{4-|x|}+\lg\frac{x^2-5x+6}{x-3}$ 的定义域为（　　）

A．$(2,\ 3)$　　　　B．$(2,\ 4]$

C．$(2,3)\cup(3,4]$　　　　D．$(-1,\ 3)\cup(3,\ 6]$

【答案】C.

【解析】由函数 $y=f(x)$ 的表达式可知，函数 $f(x)$ 的定义域应满足条件：$4-|x|\geq 0,\frac{x^2-5x+6}{x-3}>0$，解之得 $-2\leq x\leq 2,x>2,x\neq 3$，即函数 $f(x)$ 的定义域为 $(2,3)\cup(3,4]$，故应选 C.

【考点定位】本题考查函数的定义域，涉及根式、绝对值、对数和分式、交集等内容.

【名师点睛】本题看似是求函数的定义域，实质上是将根式、绝对值、对数和分式、交集等知识联系在一起，重点考查学生思维能力的全面性和缜密性，凸显了知识之间的联系性、综合性，能较好的考查学生的计算能力和思维的全面性.

54. 【2015 高考湖北，文 7】设 $x\in\mathbf{R}$，定义符号函数 $\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0.\end{cases}$ 则（　　）

A．$|x|=x|\operatorname{sgn} x|$　　　　B．$|x|=x\operatorname{sgn}|x|$

C．$|x|=|x|\operatorname{sgn} x$　　　　D．$|x|=x\operatorname{sgn} x$

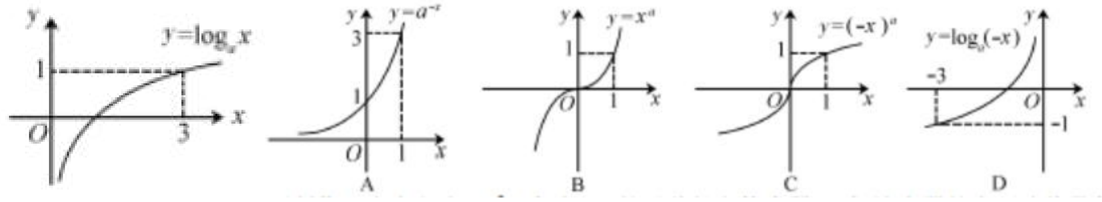
【答案】D.

【解析】对于选项 A，右边 $=x|\operatorname{sgn} x|=\begin{cases}x,x\neq 0\\ 0,x=0\end{cases}$，而左边 $=|x|=\begin{cases}x,x\geq 0\\ -x,x<0\end{cases}$，显然不正确；对于选项 B，右边 $=x\operatorname{sgn}|x|=\begin{cases}x,x\neq 0\\ 0,x=0\end{cases}$，而左边 $=|x|=\begin{cases}x,x\geq 0\\ -x,x<0\end{cases}$，显然不正确；对于选项 C，右边 $=|x|\operatorname{sgn} x=\begin{cases}x,x>0\\ 0,x=0\\ x,x<0\end{cases}$，而左边 $=|x|=\begin{cases}x,x\geq 0\\ -x,x<0\end{cases}$，显然不正确；对于选项 D，右边 $=x\operatorname{sgn} x=\begin{cases}x,x>0\\ 0,x=0\\ -x,x<0\end{cases}$，而左边 $=|x|=\begin{cases}x,x\geq 0\\ -x,x<0\end{cases}$，显然正确；故应选 D.

【考点定位】本题考查分段函数及其表示法，涉及新定义，属能力题.

【名师点睛】以新定义为背景，重点考查分段函数及其表示，其解题的关键是准确理解题意所给的新定义，并结合分段函数的表示准确表达所给的函数. 不仅新颖别致，而且能综合考察学生信息获取能力以及知识运用能力.

55. 【2014 福建, 文 8】若函数 $y=\log_a x(a>0,且a\neq1)$ 的图象如右图所示，则下列函数正确的是 （ ）



【答案】B

【解析】

试题分析：由函数 $y=\log_a x(a>0,且a\neq1)$ 的图象可知，$a=3$. 所以，$y=a^{-x}$，$y=(-x)^3=-x^3$ 及 $y=\log_3(-x)$ 均为减函数，只有 $y=x^3$ 是增函数，选 B.

考点：幂函数、指数函数、对数函数的图象和性质.

【名师点睛】本题主要考查函数图像的识别问题，及分析问题解决问题的能力，求解此题首先要根据图像经过的特殊点，确定参数的值，然后利用函数的单调性确定正确选项，解决此类问题要重视特殊点及单调性的应用.

56. 【2014 福建, 文 9】要制作一个容积为 $4m^3$，高为 1m 的无盖长方体容器，已知该溶器的底面造价是每平方米 20 元，侧面造价是是每平方米 10 元，则该容器的最低总造价是 （ ）

$A.80元$ $B.120元$ $C.160元$ $D.240元$

【答案】C

【解析】

试题分析：设长方体底面边长分别为 x,y，则 $y=\frac{4}{x}$，所以容器总造价为 $z=2(x+y)\times10+20xy=20(x+\frac{4}{x})+80$，由基本不等式得，$z=20(x+\frac{4}{x})+80\geq160$，当且仅当底面为边长为的正方形时，总造价最低，选 C.

考点：函数的应用，基本不等式的应用.

【名师点睛】本题主要考查函数的应用及基本不等式，解决此题的关键是先求出函数解析式，再利用基本不等式求最值，在利用基本不等式求最值时，一定要紧扣“一正、二定、三相等”这三个条件，注意创造“定”这个条件时常要对所给式子进行拆分、组合、添加系数等处理，使之可用基本不等式来解决，若多次使用基本不等式，必须保持每次取等的一致性.

57.【2015 高考福建，文 3】下列函数为奇函数的是(　　)

A. $y=\sqrt{x}$　B. $y=e^{x}$ C. $y=\cos x$ D. $y=e^{x}-e^{-x}$

【答案】D

【解析】函数 $y=\sqrt{x}$ 和 $y=e^{x}$ 是非奇非偶函数； $y=\cos x$ 是偶函数； $y=e^{x}-e^{-x}$ 是奇函数，故选 D.

【考点定位】函数的奇偶性.

【名师点睛】本题考查函数的奇偶性，除了要掌握奇偶性定义外，还要深刻理解其定义域特征即定义域关于原点对称，否则即使满足定义，但是不具有奇偶性，属于基础题.

58. 【2014 辽宁文 3】已知 $a=2^{-\frac{1}{3}}$， $b=\log_2\frac{1}{3}, c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，则（　　）

A. $a>b>c$　B. $a>c>b$　C. $c>a>b$　D. $c>b>a$

【答案】C

【解析】

试题分析：因为 $a=2^{-\frac{1}{3}}\in(0,1)$， $b=\log_2\frac{1}{3}<\log_2 1=0$， $c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=1$，故 $c>a>b$.

【考点定位】指数函数和对数函数的图象和性质.

【名师点睛】本题考查指数函数、对数函数的性质，比较函数值大小问题，往往结合函数的单调性，通过引入“-1，0，1”等作为“媒介”. 本题属于基础题，注意牢记常见初等函数的性质并灵活运用.

59. (2014 课标全国Ⅰ，文 5)设函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域都为 R，且 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则下列结论中正确的是(　　).

A. $f(x)g(x)$ 是偶函数　B. $|f(x)|g(x)$ 是奇函数

C. $f(x)|g(x)|$ 是奇函数　D. $|f(x)g(x)|$ 是奇函数

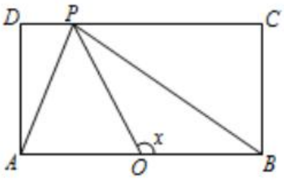
答案：C

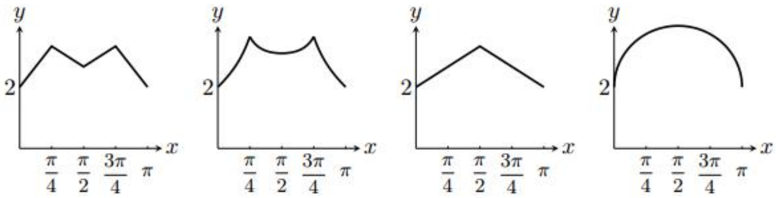
解析：由于 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，于是 $f(-x)=-f(x)$，$g(-x)=g(x)$. $f(-x)g(-x)=-f(x)g(x)=-[f(x)g(x)]$，因此 $f(x)g(x)$ 是奇函数，故 A 错；$|f(-x)|g(-x)=|-f(x)|g(x)=|f(x)|g(x)$，因此 $|f(x)|g(x)$ 是偶函数，故 B 错；$f(-x)|g(-x)|=-f(x)|g(x)|=-[f(x)|g(x)|]$，因此 $f(x)|g(x)|$ 是奇函数，故 C 正确；$|f(-x)g(-x)|=|-f(x)g(x)|=|f(x)g(x)|$，因此 $|f(x)g(x)|$ 是偶函数，故 D 错.

名师点睛：本题考查函数的奇偶性，考查转化能力，中等题. 设 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域分别是 D_1，

D_2，那么在它们的公共定义域上：奇＋奇＝奇，奇×奇＝偶，偶＋偶＝偶，偶×偶＝偶，奇×偶＝奇．判断函数的奇偶性，一般有三种方法：(1)定义法；(2)图像法；(3)性质法．

60. 【2015 新课标 2 文 11】如图,长方形的边 $AB=2$, $BC=1$, O 是 AB 的中点,点 P 沿着边 BC, CD 与 DA 运动,记 $\angle BOP = x$ ，将动点 P 到 A, B 两点距离之和表示为 x 的函数 $f\left(x\right)$ ，则的图像大致为（　　）





A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

【答案】B

【解析】

试题分析：由题意可得 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\sqrt{2}$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{5}+1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)<f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, 由此可排除 C, D；当 $0<x<\frac{\pi}{4}$ 时点 P 在边 BC 上，$PB=\tan x$，$PA=\sqrt{AB^2+PB^2}=\sqrt{4+\tan^2 x}$，所以 $f\left(x\right)=\tan x+\sqrt{4+\tan^2 x}$，可知 $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 时图像不是线段,可排除 A,故选 B.

【考点定位】本题主要考查函数的识图问题及分析问题解决问题的能力.

【名师点睛】函数中的识图题多次出现在高考试题中,也可以说是高考的热点问题,这类题目一般比较灵活,对解题能力要求较高,故也是高考中的难点,解决这类问题的方法一般是利用间接法,即由函数性质排除不符合条件的选项.

61. 【2015 新课标 2 文 12】设函数 $f(x)=\ln(1+|x|)-\frac{1}{1+x^2}$，则使得 $f(x)>f(2x-1)$ 成立的的取值范围是（　　）

A. $\left(\frac{1}{3},1\right)$　B. $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$　C. $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$　D. $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

【答案】A

【解析】

试题分析：由 $f(x)=\ln(1+|x|)-\dfrac{1}{1+x^2}$ 可知 $f(x)$ 是偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 是增函数，所以 $f(x)>f(2x-1)\Leftrightarrow f(|x|)>f(|2x-1|)\Leftrightarrow |x|>|2x-1|\Leftrightarrow x^2>(2x-1)^2\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}<x<1$.故选 A.

【考点定位】本题主要考查函数的奇偶性、单调性及不等式的解法.

【名师点睛】本题综合性较强，考查的知识点包括函数的奇偶性及单调性和不等式的解法，本题解法中用到了偶函数的一个性质，即：$f(x)=f(|x|)$，巧妙利用此结论可避免讨论，请同学们认真体会；另外关于绝对值不等式 $|x|>|2x-1|$ 的解法，通过平方去绝对值，也是为了避免讨论.

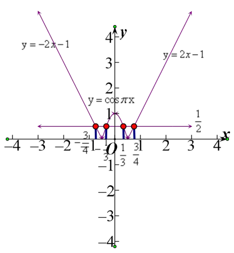
62. 【2014 辽宁文 10】已知 $f(x)$ 为偶函数，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=\begin{cases}\cos\pi x, x\in[0,\dfrac{1}{2}]\\ 2x-1, x\in(\dfrac{1}{2},+\infty)\end{cases}$，则不等式 $f(x-1)\leq\dfrac{1}{2}$ 的解集为（　　）

A. $[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}]\cup[\dfrac{4}{3},\dfrac{7}{4}]$　B. $[-\dfrac{3}{4},-\dfrac{1}{3}]\cup[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}]$　C. $[\dfrac{1}{3},\dfrac{3}{4}]\cup[\dfrac{4}{3},\dfrac{7}{4}]$　D. $[-\dfrac{3}{4},-\dfrac{1}{3}]\cup[\dfrac{1}{3},\dfrac{3}{4}]$

【答案】A

【解析】

试题分析：先画出当 $x\geq 0$ 时，函数 $f(x)$ 的图象，又 $f(x)$ 为偶函数，故将 y 轴右侧的函数图象关于 y 轴对称，得 y 轴左侧的图象，如下图所示，直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 与函数 $f(x)$ 的四个交点横坐标从左到右依次为 $-\dfrac{3}{4},-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3},\dfrac{3}{4}$，由图象可知，$\dfrac{1}{3}\leq x-1\leq\dfrac{3}{4}$ 或 $-\dfrac{3}{4}\leq x-1\leq-\dfrac{1}{3}$，解得 $x\in[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}]\cup[\dfrac{4}{3},\dfrac{7}{4}]$，选 A.



【考点定位】1 、分段函数；2、函数的图象和性质；3、不等式的解集.

【名师点睛】本题考查函数的奇偶性、分段函数、函数的图象和性质、不等式的解集.解答本题的关键，是利用数形结合思想、转化与化归思想，通过研究函数的图象，得出结论.

本题属于能力题，中等难度.在考查函数的基础知识、不等式的解法等基本内容的同时，考查了考生的运算能力、数形结合思想及转化与化归思想.

63. 【2014 辽宁文 11】 将函数 $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度，所得图象对应的函数（　　）

A. 在区间 $[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$ 上单调递减

B. 在区间 $[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$ 上单调递增

C. 在区间 $[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$ 上单调递减

D. 在区间 $[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$ 上单调递增

【答案】B

【解析】

试题分析：将函数 $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度，得到 $y=3\sin[2(x-\frac{\pi}{2})+\frac{\pi}{3}]=3\sin(2x-\frac{2\pi}{3})$，令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{2\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，解得 $k\pi+\frac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{7\pi}{12}$，故递增区间为 $[k\pi+\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{7\pi}{12}]$（$k\in z$），当 $k=0$ 时，得递增区间为 $[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$，选 B.

【考点定位】1、三角函数图象变换；2、三角函数的单调性.

【名师点睛】本题考查三角函数图象的变换、三角函数图象和性质、复合函数的单调性. 其易错点是平移方向与“+、-”混淆.

本题是一道基础题，重点考查三角函数图象的变换、三角函数图象和性质等基础知识，同时考查考生的计算能力. 本题是教科书及教辅材料常见题型，能使考生心理更稳定，利于正常发挥.

二、填空题

1. 【2016 高考四川文科】已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的周期为 2 的奇函数，当 0＜x＜1 时，$f(x)=4^x$，则 $f(-\frac{5}{2})+f(1)$=____________.

【答案】-2

【解析】

试题分析：因为函数 $f(x)$ 是定义在 R 上周期为 2 的奇函数，所以 $f(-1)=-f(1)=0, f(-1)=f(-1+2)=f(1)=0$，所以 $-f(1)=f(1)$，即 $f(1)=0$，$f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{1}{2}-2)=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})=-4^{\frac{1}{2}}=-2$，所以 $f(-\frac{5}{2})+f(1)=-2$.

考点：1. 函数的奇偶性；2. 函数的周期性.

【名师点睛】本题考查函数的奇偶性与周期性. 属于基础题，在涉及函数求值问题中，可利用

周期性 $f(x)=f(x+T)$，化函数值的自变量到已知区间或相邻区间，如果是相邻区间再利用奇偶性转化到已知区间上，再由函数式求值即可.

2. 【2015 高考北京，文 10】2^{-3}，$3^{\frac{1}{2}}$，$\log_2 5$ 三个数中最大数的是__________.

【答案】$\log_2 5$

【解析】$2^{-3}=\frac{1}{8}<1$，$3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}>1$，$\log_2 5>\log_2 4>2>\sqrt{3}$，所以 $\log_2 5$ 最大.

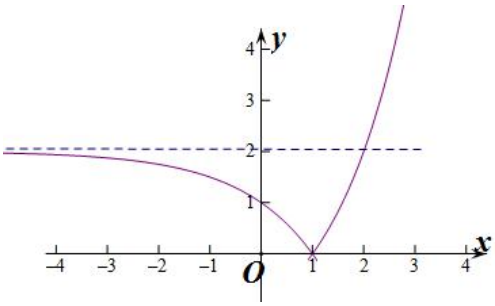
【考点定位】比较大小.

【名师点睛】本题主要考查的是比较大小，属于容易题．解题时一定要注意重要字眼“最大数”，否则很容易出现错误．函数值的比较大小，通过与 -1,，的比较大小，利用基本初等函数的单调性即可比较大小.

3. 【2015 高考湖南，文 14】若函数 $f(x)=|2^x-2|-b$ 有两个零点，则实数的取值范围是_____.

【答案】$0<b<2$

【解析】由函数 $f(x)=|2^x-2|-b$ 有两个零点，可得 $|2^x-2|=b$ 有两个不等的根，从而可得函数 $y=|2^x-2|$ 函数 $y=b$ 的图象有两个交点，结合函数的图象可得，$0<b<2$，故答案为：$0<b<2$.



【考点定位】函数零点

【名师点睛】已知函数有零点(方程有根)求参数取值范围常用的方法

(1) 直接法：直接根据题设条件构建关于参数的不等式，再通过解不等式确定参数范围.

(2) 分离参数法：先将参数分离，转化成求函数值域问题加以解决.

(3) 数形结合法：先对解析式变形，在同一平面直角坐标系中，画出函数的图像，然后数形结合求解.

4. 【 2014 湖南文 15】若 $f(x)=\ln(e^{3x}+1)+ax$ 是偶函数，则 $a=$____________.

【答案】$-\frac{3}{2}$

【解析】因为函数$f(x)=\ln(e^{3x}+1)+ax$为偶函数，所以$f(-x)=f(x)$

$$\Rightarrow \ln(e^{-3x}+1)-ax=\ln(e^{3x}+1)+ax \Rightarrow \ln\left(\frac{e^{3x}+1}{e^{3x}}\right)-ax=\ln(e^{3x}+1)+ax$$

$$\Rightarrow \ln(e^{3x}+1)-3x-ax=\ln(e^{3x}+1)+ax \Rightarrow -3x=2ax \Rightarrow a=-\frac{3}{2}$$，故填$-\frac{3}{2}$.

【考点定位】奇偶性 对数运算

【名师点睛】本题主要考查了函数的奇偶性即对数的有关运算性质，解决问题的关键是根据偶函数定义得到关于 a 的方程，然后运用待定系数法得到对应 a 的方程，计算即可，体现可转化数学思想的运用，有一定的灵活性.

5. 【2014 高考陕西版文第 12 题】已知$4^a=2$，$\lg x=a$，则$x=$________.

【答案】$\sqrt{10}$

【解析】

试题分析：由$4^a=2$得$a=\frac{1}{2}$，所以$\lg x=\frac{1}{2}$，解得$x=\sqrt{10}$，故答案为$\sqrt{10}$.

考点：指数方程；对数方程.

【名师点睛】本题主要考查的是指数方程和对数方程，属于容易题；在解答时正确理解指数式和对数式的意义有助于正确完成此题.

6. 【2014 高考陕西版文第 14 题】已知$f(x)=\frac{x}{1+x},x\geq 0$，若$f_1(x)=f(x),f_{n+1}(x)=f(f_n(x)),n\in N_+$，则$f_{2014}(x)$的表达式为________.

【答案】$\frac{x}{1+2014x}$

【解析】

试题分析：$f(x)=\frac{x}{1+x}=\frac{x+1-1}{1+x}=1-\frac{1}{1+x}$，$\because x\geq 0$，$\therefore 1+x\geq 1$，$\therefore \frac{1}{1+x}\leq 1$，$\therefore 1-\frac{1}{1+x}\geq 0$，即$f(x)\geq 0$，当且仅当$x=0$时取等号，当$x=0$时，$f_n(0)=0$；当$x>0$时$f(x)>0$，$\because f_{n+1}(x)=f(f_n(x))$

$\therefore f_{n+1}(x)=\frac{f_n(x)}{1+f_n(x)}$，$\therefore \frac{1}{f_{n+1}(x)}=\frac{1+f_n(x)}{f_n(x)}=\frac{1}{f_n(x)}+1$，即$\frac{1}{f_{n+1}(x)}-\frac{1}{f_n(x)}=1$，$\therefore$数列$\{\frac{1}{f_n(x)}\}$是以$f_1(x)$为首项，以 1 为公差的等差数列$\therefore \frac{1}{f_n(x)}=\frac{1}{f_1(x)}+(n-1)\times 1=\frac{1}{\frac{x}{1+x}}+(n-1)\times 1=\frac{1+nx}{x}$

$\therefore f_n(x)=\dfrac{x}{1+nx}(x>0)$，当 $x=0$ 时，$f_n(0)=\dfrac{0}{1+0}=0$，$\therefore f_n(x)=\dfrac{x}{1+nx}(x\geq 0)$，

$\therefore f_{2014}(x)=\dfrac{x}{1+2014x}$

考点：数列的通项公式；数列与函数之间的关系.

【名师点睛】本题主要考查的是数列的通项公式；数列与函数之间的关系，属于难题．解题时要紧紧抓住已知条件，得到 $f_{n+1}(x)=\dfrac{f_n(x)}{1+f_n(x)}$，这是解题的关键，而后得到数列 $\{\dfrac{1}{f_n(x)}\}$ 是以 $f_1(x)$ 为首项，以 1 为公差的等差数列，进而 $f_n(x)=\dfrac{x}{1+nx}(x>0)$，则问题可解，解题要有敏锐的观察力和严密的推理能力

7. 【2014 全国 2，文 15】偶函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称，$f(3)=3$，则 $f(-1)$=________.

【答案】3

【解析】因为 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称，故 $f(3)=f(1)=3$，又因为 $y=f(x)$ 是偶函数，故 $f(-1)=f(1)=3$.

【考点定位】函数的奇偶性及对称性.

【名师点睛】本题考查了函数的奇偶性，函数图象的对称性，属于中档题目，根据函数图象的对称性及奇偶性，找到未知与已知之间的关系，从而由已知即可求得未知.

8. 【2016 高考上海文科】已知点 $(3,9)$ 在函数 $f(x)=1+a^x$ 的图像上，则

$f(x)$的反函数$f^{-1}(x)=$ ________ .

【答案】$\log_2(x-1)$

【解析】

试题分析：

将点 $(3,9)$ 带入函数 $f(x)=1+a^x$ 的解析式得 $a=2$，所以 $f(x)=1+2^x$，用 y 表示 x 得 $x=\log_2(y-1)$，所以 $f^{-1}(x)=\log_2(x-1)$.

考点：1. 反函数的概念；2. 指数函数的图象和性质.

【名师点睛】指数函数与对数函数互为反函数，求反函数的基本步骤是：一解、二换、三注．.

本题较为容易.

9. 【2014 四川，文 13】设 $f(x)$ 是定义在 R 上的周期为 2 的函数，当 $x\in[-1,1)$ 时，

$f(x)=\begin{cases}-4x^2+2, & -1\le x<0,\\ x, & 0\le x<1,\end{cases}$，则 $f(\frac{3}{2})=$______.

【答案】1

【解析】

试题分析：$f(\frac{3}{2})=f(-\frac{1}{2})=-4\times\frac{1}{4}+2=1$.

【考点定位】周期函数及分段函数.

【名师点睛】本题考查函数的周期性和分段函数求值，首先利用周期性把横坐标转化到分段函数的定义域范围，即可求值

10. 【2015 高考四川，文 12】$lg0.01+log_2 16=$____________.

【答案】2

【解析】$lg0.01+log_2 16=-2+4=2$

【考点定位】本题考查对数的概念、对数运算的基础知识，考查基本运算能力.

【名师点睛】对数的运算通常与指数运算相对应，即“若 $a^b=N$，则 $log_a N=b$”，因此，要求 $log_a N$ 的值，只需看 a 的多少次方等于 N 即可，由此可得结论. 当然本题中还要注意的是：两个对数的底数是不相同的，对数符号的写法也有差异，要细心观察，避免过失性失误. 属于简单题.

11. 【2015 高考四川，文 15】已知函数 $f(x)=2^x$，$g(x)=x^2+ax$(其中 $a\in R$). 对于不相等的实数 x_1，x_2，设 $m=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$，$n=\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}$，现有如下命题：

①对于任意不相等的实数 x_1，x_2，都有 $m>0$；

②对于任意的 a 及任意不相等的实数 x_1，x_2，都有 $n>0$；

③对于任意的 a，存在不相等的实数 x_1，x_2，使得 $m=n$；

④对于任意的 a，存在不相等的实数 x_1，x_2，使得 $m=-n$.

其中真命题有________________(写出所有真命题的序号).

【答案】①④

【解析】对于①，因为 $f'(x)=2^x ln2>0$ 恒成立，故①正确

对于②，取 $a=-8$，即 $g'(x)=2x-8$，当 x_1，$x_2<4$ 时 $n<0$，②错误

对于③，令 $f'(x)=g'(x)$，即 $2^x ln2=2x+a$

记 $h(x)=2^x ln2-2x$，则 $h'(x)=2^x(ln2)^2-2$

存在 $x_0\in(0,1)$，使得 $h(x_0)=0$，可知函数 $h(x)$ 先减后增，有最小值.

因此，对任意的 a，$m=n$ 不一定成立. ③错误

对于④，由 $f'(x)=-g'(x)$，即 $2^x\ln 2=-2x-a$

令 $h(x)=2^x\ln 2+2x$，则 $h'(x)=2^x(\ln 2)^2+2>0$ 恒成立，

即 $h(x)$ 是单调递增函数，

当 $x\to+\infty$ 时，$h(x)\to+\infty$

当 $x\to-\infty$ 时，$h(x)\to-\infty$

因此对任意的 a，存在 $y=a$ 与函数 $h(x)$ 有交点. ④正确

【考点定位】本题主要考查函数的性质、函数的单调性、导数的运算等基础知识，考查函数与方程的思想和数形结合的思想，考查分析问题和解决能提的能力.

【名师点睛】本题首先要正确认识 m，n 的几何意义，它们分别是两个函数图象的某条弦的斜率，因此，借助导数研究两个函数的切线变化规律是本题的常规方法，解析中要注意“任意不相等的实数 x_1，x_2”与切线斜率的关系与差别，以及“都有”与“存在”的区别，避免过失性失误. 属于较难题.

12. 【2014 年. 浙江卷. 文 15】设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+2, x\le 0\\ -x^2, x>0\end{cases}$，若 $f(f(a))=2$，则 $a=$________.

【答案】$\sqrt{2}$

【解析】

试题分析：若 $a\le 0$，则 $f(a)=a^2+2a+2=(a+1)^2+1>0$，

所以 $-[a^2+2a+2]^2=2$，无解；

若 $a>0$，则 $f(a)=-a^2<0$，所以 $(-a^2)^2+2(-a^2)+2=2$，解得 $a=\sqrt{2}$.

故 $a=\sqrt{2}$.

考点：分段函数，复合函数，容易题.

【名师点睛】本题主要考查了分段函数的图像与性质，解决问题的关键是根据所给条件建立方程求解即可；分段函数“两种”题型的求解策略：(1) 根据分段函数解析式求函数值，首先确定自变量的值属于哪个区间，其次选定相应的解析式代入求解. (2) 已知函数值或函数值范围求自变量的值或范围，应根据每一段的解析式分别求解，但要注意检验所求自变量的值或范围是否符合相应段的自变量的取值范围. 当分段函数的自变量范围不确定时，应分类讨论.

13. 【2016 高考浙江文数】设函数 $f(x)=x^3+3x^2+1$. 已知 a≠0，且 $f(x)-f(a)=(x-b)(x-a)^2$，

$x\in R$，则实数 a=_____，b=______.

【答案】−2；1.

【解析】

试题分析：$f(x)-f(a)=x^3+3x^2+1-a^3-3a^2-1=x^3+3x^2-a^3-3a^2$，

$(x-b)(x-a)^2=x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b$，

所以 $\begin{cases}-2a-b=3\\ a^2+2ab=0\\ -a^2b=-a^3-3a^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-2\\ b=1\end{cases}$.

考点：函数解析式.

【思路点睛】先计算 $f(x)-f(a)$，再将 $(x-b)(x-a)^2$ 展开，进而对照系数可得含有，的方程组，解方程组可得和的值.

14. 【2015 高考浙江，文 9】计算：$\log_2\frac{\sqrt{2}}{2}=$__________，$2^{\log_2 3+\log_4 3}=$__________.

【答案】$-\frac{1}{2},3\sqrt{3}$

【解析】$\log_2\frac{\sqrt{2}}{2}=\log_2 2^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$；$2^{\log_2 3+\log_4 3}=2^{\log_2 3}\times 2^{\log_4 3}=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

【考点定位】对数运算

【名师点睛】本题主要考查对数的运算.主要考查学生利用对数的基本运算法则，正确计算的对数值.本题属于容易题，重点考查学生正确运算的能力.

15. 【2015 高考浙江，文 12】已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2,x\le 1\\ x+\frac{6}{x}-6,x>1\end{cases}$，则 $f[f(-2)]=$__________，$f(x)$ 的最小值是________.

【答案】$-\frac{1}{2};2\sqrt{6}-6$

【解析】$f(-2)=(-2)^2=4$，所以 $f[f(-2)]=f(4)=4+\frac{6}{4}-6=-\frac{1}{2}$.当 $x\le 1$时，$f(x)\ge 1$；当 $x>1$时，$f(x)\ge 2\sqrt{6}-6$，当 $x=\frac{6}{x},x=\sqrt{6}$ 时取到等号.因为 $2\sqrt{6}-6<1$，所以函数的最小值为 $2\sqrt{6}-6$.

【考点定位】1.分段函数求值；2.分段函数求最值.

【名师点睛】本题主要考查分段函数以及函数求最值能力.通过分布计算的方法，求得复合函数值，根据分段函数的性质，分别求最值.本题属于容易题，主要考查学生基本的运算能力.

16. 【2014，安徽文 11】$\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}+\log_3\frac{5}{4}+\log_3\frac{4}{5}=$________.

【答案】$\frac{27}{8}$

【解析】

试题分析：原式=$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^{-\frac{3}{4}}+\log_3\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{27}{8}+\log_3 1=\frac{27}{8}$

考点：1. 指对数运算性质.

【名师点睛】对数运算的一般思路：(1) 首先利用幂的运算把底数或真数进行变形，化成分数指数幂的形式，使幂的底数最简，然后正用对数运算性质化简合并. (2) 将对数式化为同底数对数的和、差、倍数运算，然后逆用对数的运算性质，转化为同底对数真数的积、商、幂的运算.

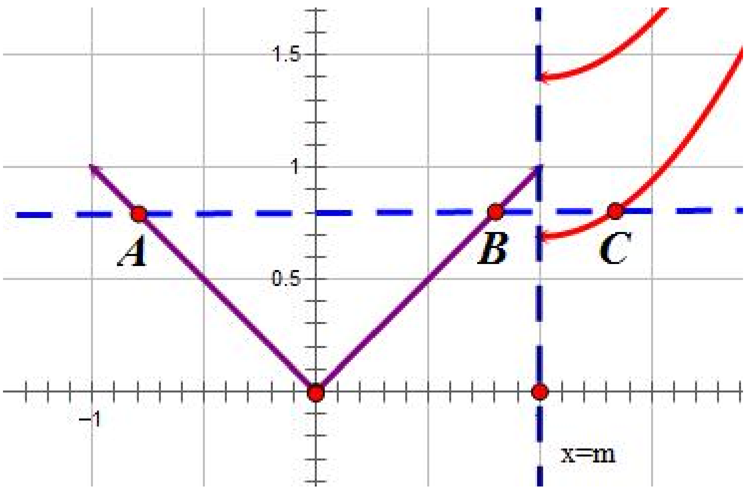
17. 【2016 高考山东文数】已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x|, & x\le m\\ x^2-2mx+4m, & x>m\end{cases}$ 其中 $m>0$，若存在实数 b，使得关于 x 的方程 $f(x)=b$ 有三个不同的根，则 m 的取值范围是________________.

【答案】$(3,+\infty)$

【解析】

试题分析：

画出函数图象如下图所示：



由图所示，要 $f(x)=b$ 有三个不同的根，需要红色部分图像在深蓝色图像的下方，即

$|m|>m^2-2m\cdot m+4m, m^2-3m>0$，解得 $m>3$

考点：1. 函数的图象与性质；2. 函数与方程；3. 分段函数

【名师点睛】本题主要考查二次函数函数的图象与性质、函数与方程、分段函数的概念.解答本题，关键在于能利用数形结合思想，通过对函数图象的分析，转化得到代数不等式.本题能较好的考查考生数形结合思想、转化与化归思想、基本运算求解能力等.

18. 【2014，安徽文 14】若函数 $f(x)(x\in R)$ 是周期为 4 的奇函数，且在 $[0,2]$ 上的解析式为 $f(x)=\begin{cases}x(1-x),0\le x\le 1\\ \sin\pi x,\quad 1<x\le 2\end{cases}$，则 $f\left(\dfrac{29}{4}\right)+f\left(\dfrac{41}{6}\right)=$______.

【答案】$\dfrac{5}{16}$

【解析】

试题分析：由题意，$f(x+4)=f(x),f(-x)=-f(x)$，则 $f(\frac{29}{4})+f(\frac{41}{6})=f(4+\frac{13}{4})+f(4+\frac{17}{6})$

$=f(\frac{13}{4})+f(\frac{17}{6})=f(4-\frac{3}{4})+f(4-\frac{7}{6})=f(-\frac{3}{4})+f(-\frac{7}{6})=-f(\frac{3}{4})-f(\frac{7}{6})=-\frac{3}{4}\cdot(1-\frac{3}{4})-\sin\frac{7}{6}\pi$

$=-\frac{3}{16}+\frac{1}{2}=\frac{5}{16}$

考点：1．函数的奇偶性与周期性；2．分段函数求值.

【名师点睛】对于函数求值类问题，需要判断所需求的某个量的函数值是否能满足给定解析式，若不能满足，需要通过一定的化简代入进去，这类问题通常喜欢考周期类、分段函数类和类似数列类，像此题就是周期性类，并且融合了周期性与奇偶性.

19. 【2016 高考北京文数】函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-1}(x\ge 2)$ 的最大值为________.

【答案】2

【解析】

试题分析：$f(x)=1+\dfrac{1}{x-1}\le 1+1=2$，即最大值为 2.

考点：函数最值，数形结合

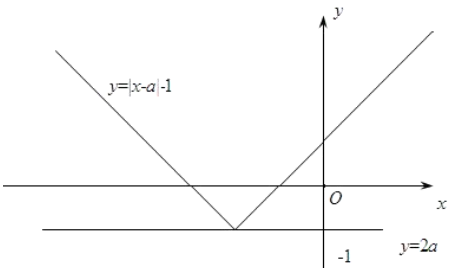
【名师点睛】求函数值域的常用方法：①单调性法，如(5)；②配方法，如(2)；③分离常数法，如(1)；④数形结合法；⑤换元法(包括代数换元与三角换元)，如(2)，(3)；⑥判别式法，如(4)；⑦不等式法，如(4)，(5)；⑧导数法，主要是针对在某区间内连续可导的函数；⑨图象法，求分段函数的值域通常先作出函数的图象，然后由函数的图象写出函数的值域，如(6)；对于二元

函数的值域问题，如(5)，其解法要针对具体题目的条件而定，有些题目可以将二元函数化为一元函数求值域，有些题目也可用不等式法求值域．求函数的值域是个较复杂的问题，它比求函数的定义域难度要大，而单调性法，即根据函数在定义域内的单调性求函数的值域是较为简单且常用的方法，应重点掌握．

20. 【2015高考安徽，文14】在平面直角坐标系xOy中，若直线$y=2a$与函数$y=|x-a|-1$的图像只有一个交点，则的值为____________.

【答案】$-\frac{1}{2}$

【解析】在同一直角坐标系内，作出$y=2a$与$y=|x-a|-1$的大致图像，如下图：



由题意，可知$2a=-1\Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

【考点定位】本题主要靠数形结合思想，函数与方程、零点等基础知识.

【名师点睛】本题根据题意作出函数$y=|x-a|-1$的大致图象是解决本题的关键，本题主要考查学生的数形结合的能力.

21. 【2015高考安徽，文11】$\lg\frac{5}{2}+2\lg 2-(\frac{1}{2})^{-1}=$__________.

【答案】-1

【解析】原式＝$\lg 5-\lg 2+2\lg-2=\lg 5+\lg 2-2=1-2=-1$

【考点定位】本题主要考查对数运算公式和指数幂运算公式.

【名师点睛】本题主要考查考生的基本运算能力，熟练掌握对数运算公式和指数幂运算公式是解决本题的关键.

22. 【2014天津，文12】函数$f(x)=\lg x^2$的单调递减区间是________.

【答案】$(-\infty,0)$.

【解析】

试题分析：因为函数定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,所以当$x\in(-\infty,0)$，$u=x^2$单调减，函数$f(x)=\lg x^2$单调减，当$x\in(0,+\infty)$，$u=x^2$单调增，函数$f(x)=\lg x^2$单调增，故函数$f(x)=\lg x^2$的单调递减区间是$(-\infty,0)$.

考点：复合函数单调区间

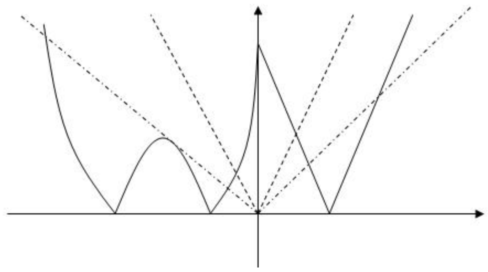
【名师点睛】本题考查复合函数的单调性有关知识，本题属于基础题，复合函数单调性问题遵循“同增异减”法则，函数 $y=\lg t$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，函数 $t=x^2$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数，因此函数 $f(x)=\lg x^2$ 的单调递减区间是 $(-\infty,0)$. 值得注意的是，研究函数的单调性问题，务必注意函数的定义域.

23. 【2014 天津，文 14】已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left|x^2+5x+4\right|, x\le 0\\ 2\left|x-2\right| \quad\quad, x>0\end{cases}$ 若函数 $y=f(x)-a\left|x\right|$ 恰有 4 个零点，则实数的取值范围为_______

【答案】$(1,2)$

【解析】

试题分析：

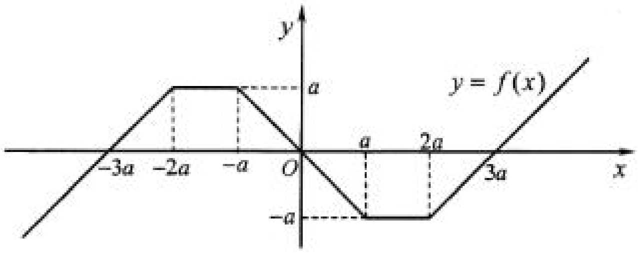


分别作出函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 的图像，由图知，$a<0$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 无交点，$a=0$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 有三个交点，故 $a>0$. 当 $x>0$，$a\ge 2$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 有一个交点，当 $x>0$，$0<a<2$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 有两个交点，当 $x<0$ 时，若 $y=-ax$ 与 $y=-x^2-5x-4,(-4<x<-1)$ 相切，则由 $\Delta=0$ 得：$a=1$ 或 $a=9$（舍），因此当 $x<0$，$a>1$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 有两个交点，当 $x<0$，$a=1$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 有三个交点，当 $x<0$，$0<a<1$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 有四个交点，所以当且仅当 $1<a<2$ 时，函数 $y=f(x)$ 与 $y=a|x|$ 恰有 4 个交点.

考点：函数图像

【名师点睛】本题考查函数图象与函数零点的有关知识，本题属于中等题，第一步正确画出图象，利用函数图象研究函数的单调性，求出函数的最值，第二步涉计参数问题，针对参数进行分类讨论，按照题目所给零点的条件，找出符合零点要求的参数，讨论要全面，注意数形结合. .

24. 【2014 年普通高等学校招生全国统一考试湖北卷 15】如图所示，函数 $y=f(x)$ 的图象由两条射线和三条线段组成. 若 $\forall x\in \mathrm{R}$，$f(x)>f(x-1)$，则正实数的取值范围是_________.



【答案】$(0,\frac{1}{6})$

【解析】

试题分析：依题意，$\begin{cases}a>0\\3a-(-3a)<1\end{cases}$，解得$0<a<\frac{1}{6}$，即正实数$a$的取值范围是$(0,\frac{1}{6})$.

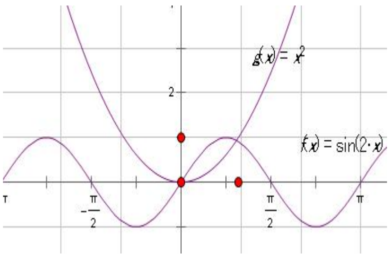
考点：函数的奇函数图象的的性质、分段函数、最值及恒成立，难度中等.

【名师点睛】将含绝对值的函数、函数的奇偶性、分段函数和不等式等内容联系在一起，凸显了知识之间的联系性、综合性，体现了函数思想、转化与化归的数学思想在函数问题中的应用，能较好的考查学生的作图能力和综合能力. 其解题的关键是正确地画出分段函数的图像并通过函数图像建立不等关系.

25. 【2015高考湖北，文13】函数$f(x)=2\sin x\sin(x+\frac{\pi}{2})-x^2$的零点个数为_________.

【答案】.

【解析】函数$f(x)=2\sin x\sin(x+\frac{\pi}{2})-x^2$的零点个数等价于方程$2\sin x\sin(x+\frac{\pi}{2})-x^2=0$的根的个数，即函数$g(x)=2\sin x\sin(x+\frac{\pi}{2})=2\mathrm{sinxcosx}=\sin 2\mathrm{x}$与$\mathrm{h(x)}=x^2$的图像交点个数. 于是，分别画出其函数图像如下图所示，由图可知，函数$g(x)$与$\mathrm{h(x)}$的图像有2个交点.



【考点定位】本题考查函数与方程，涉及常见函数图像绘画问题，属中档题.

【名师点睛】将函数的零点问题和方程根的问题、函数的交点问题联系在一起，凸显了数学内知识间的内在联系，充分体现了转化化归的数学思想在实际问题中的应用，能较好的考查学生准确绘制函数图像的能力和灵活运用基础知识解决实际问题的能力.

26. 【2014上海，文3】设常数$a\in R$，函数$f(x)=|x-1|+|x^2-a|$，若$f(2)=1$，则$f(1)=$__________.

【答案】3

【解析】由题意 $f(2)=1+|2-a|=1$，则 $a=2$，所以 $f(1)=|1-1|+|1-4|=3$.

【考点】函数的定义.

【名师点睛】求函数解析式的四种常用方法

(1)配凑法：由已知条件 $f(g(x))=F(x)$，可将 $F(x)$ 改写成关于 $g(x)$ 的表达式，然后以 x 替代 $g(x)$，便得 $f(x)$ 的表达式；

(2)待定系数法：若已知函数的类型(如一次函数、二次函数)可用待定系数法；

(3)换元法：已知复合函数 $f(g(x))$ 的解析式，可用换元法，此时要注意新元的取值范围；

(4)解方程组法：已知关于 $f(x)$ 与 $f\left(\frac{1}{x}\right)$或 $f(-x)$ 的表达式，可根据已知条件再构造出另外一个等式组成方程组，通过解方程求出 $f(x)$

27. 【2014 上海, 文 9】设 $f(x)=\begin{cases}-x+a, x\le 0,\\ x+\dfrac{1}{x}, x>0,\end{cases}$ 若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则的取值范围是__________.

【答案】$(-\infty,2]$

【解析】由题意，当 $x>0$ 时，$f(x)$ 的极小值为 $f(1)=2$，当 $x\le 0$ 时，$f(x)$ 极小值为 $f(0)=a$，$f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则 $a\le 2$.

【考点】函数的最值问题..

【名师点睛】求函数最值的五个常用方法

(1)单调性法：先确定函数的单调性，再由单调性求最值.

(2)图像法：先作出函数的图像，再观察其最高点、最低点，求出最值.

(3)换元法：对比较复杂的函数可通过换元转化为熟悉的函数，再用相应的方法求最值.

(4)基本不等式法：先对解析式变形，使之具备“一正二定三相等”的条件后用基本不等式求出最值.

(5)导数法：先求导，然后求出在给定区间上的极值，最后结合端点值，求出最值.

提醒：在求函数的值域或最值时，应先确定函数的定义域.

28. 【2014 上海, 文 11】若 $f(x)=x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{2}}$，则满足 $f(x)<0$ 的取值范围是______.

【答案】$(0,1)$

【解析】根据幂函数的性质，由于$\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$，所以当$0<x<1$时$x^{\frac{2}{3}}<x^{\frac{1}{2}}$，当$x>1$时，$x^{\frac{2}{3}}>x^{\frac{1}{2}}$，因此$f(x)<0$的解集为$(0,1)$.

【考点】幂函数的性质.

【名师点睛】

1．幂函数$y=x^{\alpha}$的图像与性质由于α的值不同而比较复杂，一般从两个方面考查：

(1) α的正负：$\alpha>0$时，图像过原点和(1, 1)，在第一象限的图像上升；$\alpha<0$时，图像不过原点，在第一象限的图像下降.

(2) 曲线在第一象限的凹凸性：$\alpha>1$时，曲线下凸；$0<\alpha<1$时，曲线上凸；$\alpha<0$时，曲线下凸.

2．在比较幂值的大小时，必须结合幂值的特点，选择适当的函数．借助其单调性进行比较，准确掌握各个幂函数的图像和性质是解题的关键.

29. 【2016高考天津文数】已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2+(4a-3)x+3a, x<0\\ \log_a(x+1)+1, x\geq 0\end{cases}(a>0且a\neq 1)$在R上单调递减，且关于x的方程$|f(x)|=2-\frac{x}{3}$恰有两个不相等的实数解，则的取值范围是_________.

【答案】$[\frac{1}{3},\frac{2}{3})$

【解析】

试题分析：由函数$f(x)$在R上单调递减得$-\frac{4a-3}{2}\geq 0, 0<a<1, 3a\geq 1\Rightarrow\frac{1}{3}\leq a\leq\frac{3}{4}$，又方程$|f(x)|=2-\frac{x}{3}$恰有两个不相等的实数解，所以$3a<2,\frac{1}{a}-1\leq 6\Rightarrow\frac{2}{3}>a\geq\frac{1}{7}$，因此的取值范围是$[\frac{1}{3},\frac{2}{3})$

考点：函数综合

【名师点睛】已知函数有零点求参数取值范围常用的方法和思路

(1) 直接法：直接根据题设条件构建关于参数的不等式，再通过解不等式确定参数范围；

(2) 分离参数法：先将参数分离，转化成求函数值域问题加以解决；

(3) 数形结合法：先对解析式变形，在同一平面直角坐标系中，画出函数的图象，然后数形结合求解.

30. 【2014福建, 文15】（函数$f(x)=\begin{cases}x^2-2, & x\leq 0\\ 2x-6+\ln x, & x>0\end{cases}$的零点个数是__________.

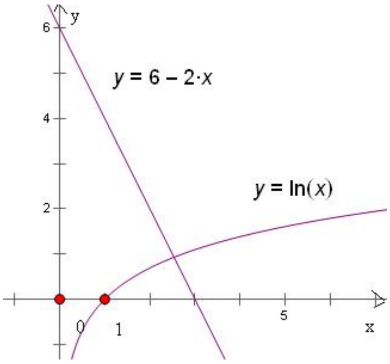
【答案】

【解析】

试题分析：令 $x^2-2=0$ 得，$x=\pm\sqrt{2}$，只有 $x=-\sqrt{2}$ 符合题意；

令 $2x-6+\ln x=0$ 得，$6-2x=\ln x$，在同一坐标系内，画出 $y=6-2x,y=\ln x$ 的图象，观察知交点有 1，

所以零点个数是 2.



考点：分段函数，函数的零点，函数的图象和性质.

【名师点睛】本题求函数零点，同时使用直接求解与数形结合的方法,这种方法对学生的能力要求较高.由于分段函数问题,大多要用到分类讨论思想，是考查学生能力的好载体，故一直是高考数学试卷中的热点,请同学们重视这类题型.

31.【2015 高考福建，文 15】若函数 $f(x)=2^{|x-a|}(a\in R)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$，且 $f(x)$ 在 $[m,+\infty)$ 单调递增，则实数 m 的最小值等于________.

【答案】

【解析】由 $f(1+x)=f(1-x)$ 得函数 $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称，故 $a=1$，则 $f(x)=2^{|x-1|}$，由复合函数单调性得 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 递增，故 $m\geq 1$，所以实数 m 的最小值等于.

【考点定位】函数的图象与性质.

【名师点睛】本题考查函数的图象和性质，由已知条件确定 $f(x)$ 的解析式，确定递增区间，进而确定参数取值范围，注意函数的单调递增区间是 D 和函数在区间 D 上递增是不同的概念，其中“单调递增区间是 D”反映了函数本身的属性，而“函数在区间 D 上递增”反映函数的局部性质.

32. 【2015 新课标 2 文 13】已知函数 $f(x)=ax^3-2x$ 的图像过点（-1,4），则 a=_________.

【答案】-2

【解析】

试题分析：由 $f(x)=ax^3-2x$ 可得 $f(-1)=-a+2=4\Rightarrow a=-2$.

【考点定位】本题主要考查利用函数解析式求值.

【名师点睛】本题考查内容单一，由$f(-1)=4$可直接求得 a 的值,因此可以说本题是一道基础题,但要注意运算的准确性,由于填空题没有中间分,一步出错,就得零分,故运算要特别细心.

33.（2014 课标全国Ⅰ，文 15）设函数$f(x)=\begin{cases} e^{x-1}, x<1, \\ x^{\frac{1}{3}}, x\geq 1, \end{cases}$则使得 $f(x)\leqslant 2$ 成立的 x 的取值范围是__________.

答案：$(-\infty, 8]$

解析：当 $x<1$ 时，由 $f(x)=e^{x-1}\leqslant 2$，解得 $x\leqslant 1+\ln 2$，又 $x<1$，所以 x 的取值范围是 $x<1$；当 $x\geqslant 1$ 时，由$f(x)=x^{\frac{1}{3}}\leq 2$，解得 $x\leqslant 8$，又 $x\geqslant 1$，所以 x 的取值范围是 $1\leqslant x\leqslant 8$. 综上，x 的取值范围是 $x\leqslant 8$，即$(-\infty, 8]$.

名师点睛：本题考查分段函数，指数函数、幂函数的性质，简单不等式的解法，考查转化能力，容易题，注意区别指数函数、幂函数.

34. 【2014 辽宁文 16】对于$c>0$，当非零实数 a，b 满足$4a^2-2ab+b^2-c=0$，且使$|2a+b|$最大时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}$的最小值为__________.

【答案】-1

【解析】

试题分析：设$2a+b=t$，则$b=t-2a$，代入到$4a^2-2ab+b^2-c=0$中，得$4a^2-2a(t-2a)+(t-2a)^2-c=0$，即$12a^2-6ta+t^2-c=0$……①

因为关于的二次方程①有实根，所以$\Delta=36t^2-4\times 12(t^2-c)\geq 0$，可得$t^2\leq 4c$，

$|2a+b|$取最大值时，$\begin{cases} a=\frac{1}{2}\sqrt{c} \\ b=\sqrt{c} \end{cases}$或$\begin{cases} a=-\frac{1}{2}\sqrt{c} \\ b=3\sqrt{c} \end{cases}$，

当$\begin{cases} a=\frac{1}{2}\sqrt{c} \\ b=\sqrt{c} \end{cases}$时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}=\frac{2}{\sqrt{c}}+\frac{2}{\sqrt{c}}+\frac{4}{c}=\frac{4}{\sqrt{c}}+\frac{4}{c}=4(\frac{1}{\sqrt{c}}+\frac{1}{2})^2-1>0$，

当$\begin{cases} a=-\frac{1}{2}\sqrt{c} \\ b=-\sqrt{c} \end{cases}$时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}=-\frac{2}{\sqrt{c}}-\frac{2}{\sqrt{c}}+\frac{4}{c}=-\frac{4}{\sqrt{c}}+\frac{4}{c}=4(\frac{1}{\sqrt{c}}-\frac{1}{2})^2-1\geq -1$，

综上可知当$c=4, a=-1, b=-2$时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}$的最小值为$-1$.

【考点定位】1、一元二次方程根的判别式；2、二次函数求值域.

【名师点睛】本题考查一元二次方程根的判别式、二次函数性质等.解答本题的关键，是利用转化与化归思想，通过构造二次三项式，逐步转化成可用一元二次方程根的判别式、二次函数的图象和性质等有关结论解答的情形.

本题属于能力题，是一道难题.在考查一元二次方程根的判别式、二次函数性质、绝对值的概念等基础知识的同时，考查了考生的逻辑推理能力、运算能力、转化与化归思想.

三、解答题

1.【2015 高考湖北，文 17】a 为实数，函数 $f(x)=|x^2-ax|$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值记为 $g(a)$. 当 $a=$_________时，$g(a)$ 的值最小.

【答案】$2\sqrt{2}-2$.

【解析】因为函数 $f(x)=|x^2-ax|$，所以分以下几种情况对其进行讨论：①当 $a\le 0$ 时，函数 $f(x)=|x^2-ax|=x^2-ax$ 在区间 $[0,1]$ 上单调递增，所以 $f(x)_{max}=g(a)=1-a$；②当 $0<a<2\sqrt{2}-2$ 时，此时 $f(\frac{a}{2})=|(\frac{a}{2})^2-a\times\frac{a}{2}|=\frac{a^2}{4}$，$f(1)=1-a$，而 $\frac{a^2}{4}-(1-a)=\frac{(a+2)^2}{4}-2<0$，所以 $f(x)_{max}=g(a)=1-a$；③当 $2\sqrt{2}-2\le a<1$ 时，$f(x)=|x^2-ax|=-x^2+ax$ 在区间 $(0,\frac{a}{2})$ 上递增，在 $(\frac{a}{2},1)$ 上递减.当 $x=\frac{a}{2}$ 时，$f(x)$ 取得最大值 $f(\frac{a}{2})=\frac{a^2}{4}$；④当 $a\ge 2$ 时，$f(x)=|x^2-ax|=-x^2+ax$ 在区间 $[0,1]$ 上递增，当 $x=1$ 时，$f(x)$ 取得最大值 $f(1)=1-a$，则 $g(a)=\begin{cases}1-a,a<2\sqrt{2}-2\\ \frac{a^2}{4},2\sqrt{2}-2\le a<2\\ a-1,a\ge 2\end{cases}$ 在 $(-\infty,2\sqrt{2}-2)$ 上递减，$(2\sqrt{2}-2,+\infty)$ 上递增，即当 $a=2\sqrt{2}-2$ 时，$g(a)$ 的值最小.故应填 $2\sqrt{2}-2$.

【考点定位】本题考查分段函数的最值问题和函数在区间上的最值问题，属高档题.

【名师点睛】将含绝对值的二次函数在区间上的最值问题和分段函数的最值问题融合在一起，运用分类讨论的思想将含绝对值问题转化为分段函数的问题，充分体现了分类讨论和化归转化的数学思想，能较好的考查知识综合能力.其解题的关键是运用分类讨论求出 $g(a)$ 的表达式和分段函数在区间上的最值求法.

2. 【2014 上海，文 20】（本题满分 14 分）本题有 2 个小题，第一小题满分 6 分，第二小题满分 1 分.

设常数 $a\geq 0$，函数 $f(x)=\dfrac{2^x+a}{2^x-a}$

（1）若=4，求函数 $y=f(x)$ 的反函数 $y=f^{-1}(x)$；

（2）根据的不同取值，讨论函数 $y=f(x)$ 的奇偶性，并说明理由.

【答案】（1） $f^{-1}(x)=2+\log_2\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$， $x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$；（2） $a=1$ 时 $y=f(x)$ 为奇函数，当 $a=0$ 时 $y=f(x)$ 为偶函数，当 $a\neq 0$ 且 $a\neq 1$ 时 $y=f(x)$ 为非奇非偶函数.

【解析】

试题分析：（1）求反函数，就是把函数式 $y=\dfrac{2^x+4}{2^x-4}$ 作为关于 x 的方程，解出 x，得 $x=f^{-1}(y)$，再把此式中的 x,y 互换，即得反函数的解析式，还要注意的是一般要求出原函数的值域，即为反函数的定义域；（2）讨论函数的奇偶性，我们可以根据奇偶性的定义求解，在 $a=0$， $a=1$ 这两种情况下，由奇偶性的定义可知函数 $f(x)$ 具有奇偶性，在 $a\neq 0且a\neq 1$ 时，函数的定义域是 $x\neq\log_2 a$，不关于原点对称，因此函数既不是奇函数也不是偶函数.

试题解析：（1）由 $y=\dfrac{2^x+4}{2^x-4}$，解得 $2^x=\dfrac{4(y+1)}{y-1}$，从而 $y<-1或y>1$， $x=\log_2\dfrac{4(y+1)}{y-1}$

∴ $f^{-1}(x)=\log_2\dfrac{4(x+1)}{x-1}$， $x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

（2）∵ $f(x)=\dfrac{2^x+a}{2^x-a}$ 且 $a\geq 0$

∴①当 $a=0$ 时， $f(x)=1,x\in R$，

∴对任意的 $x\in R$ 都有 $f(x)=f(-x)$，∴ $y=f(x)$ 为偶函数

②当 $a=1$ 时， $f(x)=\dfrac{2^x+1}{2^x-1},x\neq 0$， $f(-x)=\dfrac{2^{-x}+1}{2^{-x}-1}=\dfrac{1+2^x}{1-2^x}$，

∴对任意的 $x\neq 0$ 且 $x\in R$ 都有 $f(x)=-f(-x)$，∴ $y=f(x)$ 为奇函数

③当 $a\neq 0$ 且 $a\neq 1$ 时，定义域为 $\{x|x\neq\log_2 a,x\in R\}$，

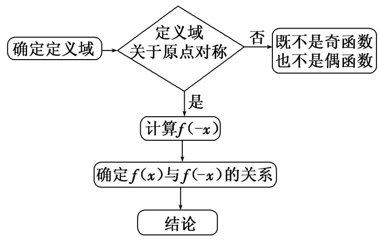
∴定义域不关于原定对称，∴ $y=f(x)$ 为非奇非偶函数

【考点】反函数，函数奇偶性.

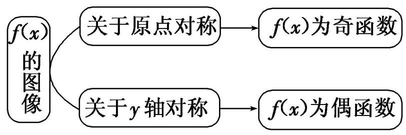
【名师点睛】1. 求反函数，就是把函数式中的 x,y 互换，即得反函数的解析式，还要注意的是一般要求出原函数的值域，即为反函数的定义域；.

2. 判断函数奇偶性的两个方法

(1) 定义法：



(2) 图像法：



3. 【2016 高考上海文科】（本题满分 16 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分.

已知 $a\in\mathrm{R}$，函数 $f(x)=\log_2(\frac{1}{x}+a)$.

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)>1$；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)+\log_2(x^2)=0$ 的解集中恰有一个元素，求 a 的值；

（3）设 $a>0$，若对任意 $t\in[\frac{1}{2},1]$，函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过 1，求 a 的取值范围.

【答案】（1）$\{x\,|\,0<x<1\}$.（2）$a=0$ 或 $-\frac{1}{4}$.（3）$\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$.

【解析】

试题分析：（1）由 $\log_2\left(\frac{1}{x}+1\right)>1$，利用得 $\frac{1}{x}+1>2$ 求解．

（2）转化得到 $\log_2(\frac{1}{x}+a)+\log_2(x^2)=0$，讨论当 $a=0$、$a\neq0$ 时的情况．

（3）讨论 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减．

确定函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值之差. 得到 $at^2+(a+1)t-1\geq0$，对任意

$t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$成立.

试题解析：（1）由$\log_2\left(\frac{1}{x}+1\right)>1$，得$\frac{1}{x}+1>2$，解得$\{x\,|\,0<x<1\}$.

（2）$\log_2\left(\frac{1}{x}+a\right)+\log_2\left(x^2\right)=0$有且仅有一解，

等价于$\left(\frac{1}{x}+a\right)x^2=1$有且仅有一解，等价于$ax^2+x-1=0$有且仅有一解.

当$a=0$时，$x=1$，符合题意；

当$a\neq 0$时，$\Delta=1+4a=0$，$a=-\frac{1}{4}$.

综上，$a=0$或$-\frac{1}{4}$.

（3）当$0<x_1<x_2$时，$\frac{1}{x_1}+a>\frac{1}{x_2}+a$，$\log_2\left(\frac{1}{x_1}+a\right)>\log_2\left(\frac{1}{x_2}+a\right)$，

所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减.

函数$f(x)$在区间$[t,t+1]$上的最大值与最小值分别为$f(t)$，$f(t+1)$.

$f(t)-f(t+1)=\log_2\left(\frac{1}{t}+a\right)-\log_2\left(\frac{1}{t+1}+a\right)\le 1$即$at^2+(a+1)t-1\ge 0$，对任意$t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$成立.

因为$a>0$，所以函数$y=at^2+(a+1)t-1$在区间$\left[\frac{1}{2},1\right]$上单调递增，

所以$t=\frac{1}{2}$时，y有最小值$\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}$，由$\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}\ge 0$，得$a\ge\frac{2}{3}$.

故的取值范围为$\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$.

考点：1. 对数函数的性质；2. 函数与方程；3. 二次函数的性质.

【名师点睛】本题对考生计算能力要求较高，是一道难题. 解答本题关键是利用转化与化归思想、应用函数的性质，将问题转化成二次函数问题，应用确定函数最值的方法---如二次函数的性质、基本不等式、导数等求解. 本题易错点是复杂式子的变形能力不足，导致错漏百出. . 本题能较好的考查考生的逻辑思维能力、运算求解能力、分析问题解决问题的能力等. 学¥科