

**学习目标:**

1. 定义法（几何求法）：能借助空间几何体内的位置关系求空间的夹角；
2. 向量法（代数求法）：能用向量方法解决线线、线面、面面的夹角的计算问题，体会向量方法在研究几何问题中的作用。
3. 探究典型题型，掌握解法。

**重难点：** 向量法在立体几何中求空间的夹角应用；探究典型题型，掌握解法。

**学习过程:**

**一、回顾旧知**

构成空间几何体的基本元素是\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

①从集合的角度理解它们的关系；

②从运动学的角度理解它们的关系。

那么在空间中它们的位置关系如何？如何刻画？

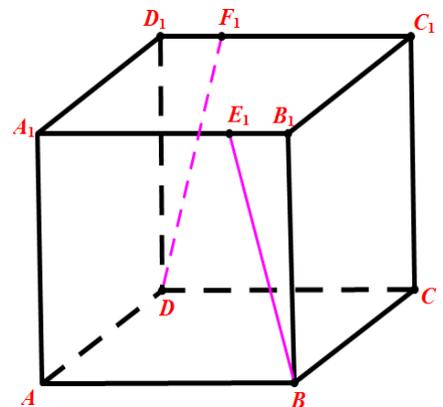
	线线角	线面角	面面角（二面角）
定义			
角的范围			
和向量夹角的等式关系			
三角函数关系			
图形			

**二、典例剖析**

**【线线角：例题本题；线面角：变式 1、变式 2；二面角：变式 3、变式 4.】**

**例题.** 如图, 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $B_1E_1 = D_1F_1 = \frac{A_1B_1}{4}$ , 求  $E_1B$  与  $DF_1$  所成的角的余弦值.

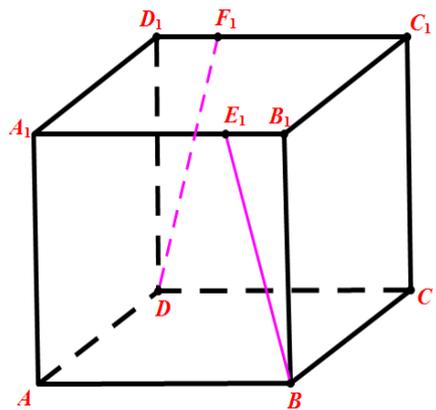
解一：定义法（即\_\_\_\_\_）（★★★★）



解二：向量法（即：求两条直线各自的\_\_\_\_\_向量）（★★★★）

**变式一：**求直线 $E_1B$ 和平面 $ABCD$ 所成的角的正弦值。（余弦值呢？\_\_\_\_\_）

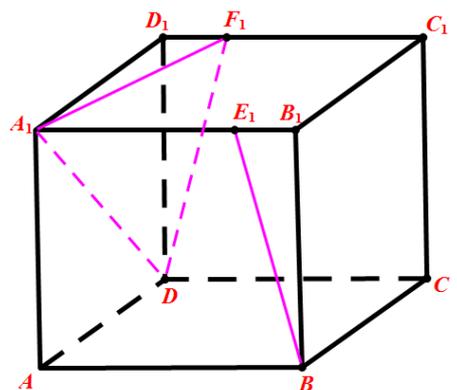
解一：定义法（即\_\_\_\_\_，直接法；间接法：等体积求高法。）（★★★★★）



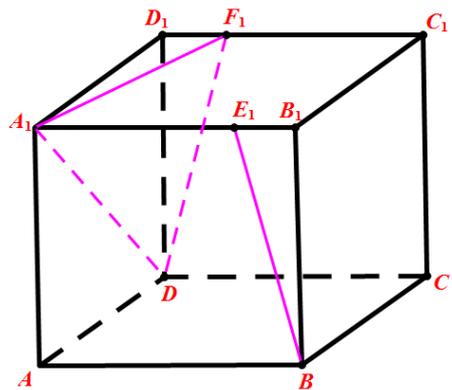
解二：向量法（直线的\_\_\_\_\_向量，平面的\_\_\_\_\_向量）（★★★★★）

**变式二：**求直线 $A_1B_1$ 和平面 $A_1DF_1$ 所成的角的正弦值。

解一：定义法（间接法：等体积求高法）（★★★★★）



解二：向量法（直线的方向向量，平面的法向量）（★★★★★）

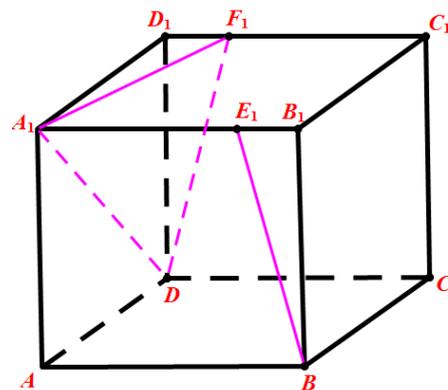


**追问：**若求的是：直线 $AB$ 和平面 $A_1DF_1$ 所成的角的正弦值呢？

**变式三：**求平面 $A_1DD_1$ 和平面 $A_1DF_1$ 所成的角的余弦值。（正弦值呢？\_\_\_\_\_）

解一：垂线法（一作一连。本质是由定义作出二面角的平面角）（★★★★★）

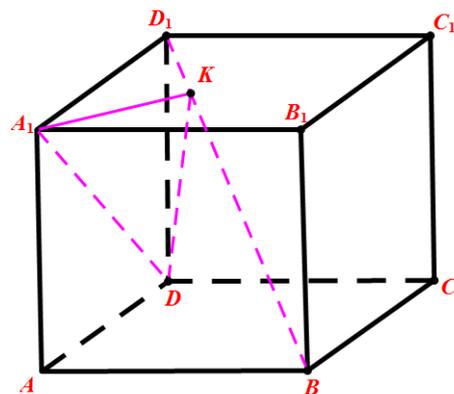
解二：射影面积法（★）



解三：向量法（★★★★★）

**追问：** 已知点 P 为线段  $C_1D_1$  上一点，若直线 PD 和平面  $A_1B_1C_1D_1$  所成的角的正切值为  $\frac{1}{4}$  时，求平面  $A_1DD$  和平面  $A_1DP$  所成的角的余弦值。

**变式四：** 已知点 K 为线段  $BD_1$  上一点，若平面  $A_1DD$  和平面  $A_1DK$  所成的角为  $45^\circ$  时，求  $\frac{D_1K}{D_1D}$  的值。 § § 【难点：点 K 的坐标的表达】



### 三、课堂小结

1、空间中的角分为三类：

① 线线角：定义法：平移； 向量法：两个方向向量；

② 线面角：定义法（定义的直接法； 定义的间接法：等体积求高法）；

向量法（直线的方向向量，和平面的法向量）。

③ 二面角。定义法（垂线法：作交线的高。一作一连，证明连的那个也是高）；

向量法（两个平面各自的法向量）。

2、几类角的综合应用（含正用和反用）。

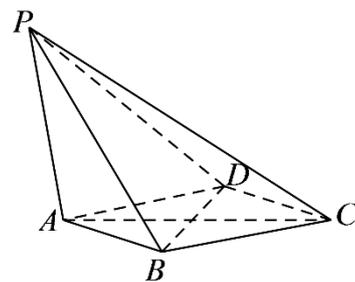
#### 四、随堂练习题（两个高考真题）：

1. 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $PA \perp$  平面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  是菱形， $AB = 2$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ 。

(1) 求证： $BD \perp$  平面  $PAC$ 。

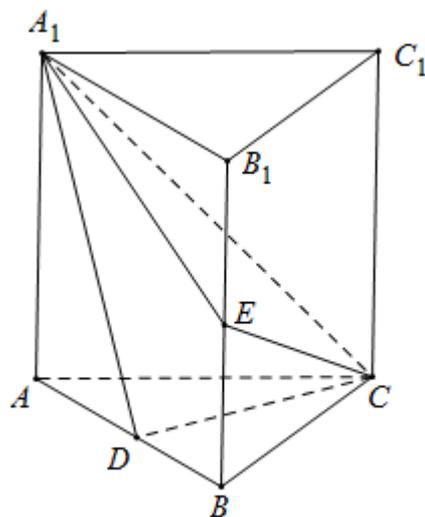
(2) 若  $PA = AB$ ，求  $PB$  与  $AC$  所成角的余弦值。

(3) 当平面  $PBC$  与平面  $PDC$  垂直时，求  $PA$  的长。



2. 如图，直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中， $D$ ， $E$  分别是  $AB$ ， $BB_1$  的中点， $AA_1 = AC = CB = \frac{\sqrt{2}}{2} AB$ 。

(1) 证明： $BC_1 \parallel$  平面  $A_1CD$ ； (2) 求二面角  $D-A_1C-E$  的正弦值。



#### 五、学后反思：

---



---