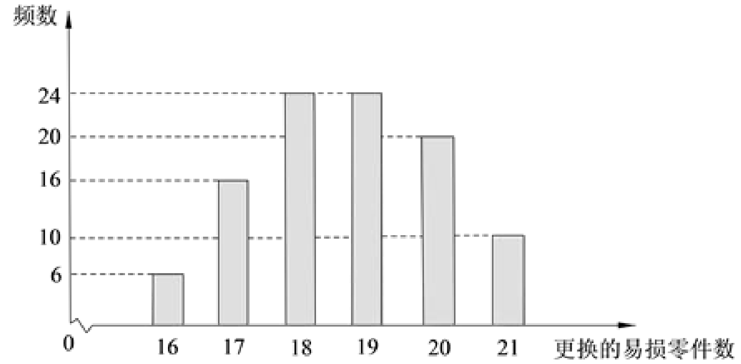
3．某公司计划购买 1 台机器,该种机器使用三年后即被淘汰.机器有一易损零件,在购进机器时,可以额外购买这种零件作为备件,每个 200 元.在机器使用期间,如果备件不足再购买,则每个 500 元.现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件,为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数,得下面柱状图：



记 x 表示 1 台机器在三年使用期内需更换的易损零件数,y 表示 1 台机器在购买易损零件上所需的费用（单位：元）, n 表示购机的同时购买的易损零件数.

（Ⅰ）若 $n=19$,求 y 与 x 的函数解析式；

（Ⅱ）若要求“需更换的易损零件数不大于 n”的频率不小于 0.5,求 n 的最小值；

（Ⅲ）假设这 100 台机器在购机的同时每台都购买 19 个易损零件,或每台都购买 20 个易损零件,分别计算这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数,以此作为决策依据,购买 1 台机器的同时应购买 19 个还是 20 个易损零件？

4．已知在生产设备正常的情况下，某零件生产线生产的零件尺寸 X（单位：mm）服从正态分布 $N\left(85,4\right)$，当零件尺寸 X 满足 $\mu-3\sigma \leqslant X<\mu+3\sigma$ 时合格，当 $X<\mu-3\sigma$ 或 $X \geqslant \mu+3\sigma$ 时不合格.

（1）已知当零件合格时，每个零件利润为10元；当零件不合格时，每个零件亏损200元.假设这条生产线每天生产10000个这样的零件，则在生产正常的情况下，求该生产线每天利润的期望；

（2）为了了解生产线的生产是否正常，需要对零件进行检测.该生产线每天自动检测100个零件，设零件不合数为 η，$\eta \sim B\left(100,0.003\right)$，$\eta=k\left(k\in \mathbf{N}^*\right)$ 时我们认为该生产线正常生产的概率为 $P\left(\eta>k\right)$，当生产线生产的概率低于0.02时我们判定生产线异常.

某天该生产线检测的零件尺寸如下：

尺寸 /mm	$\left[78,79\right)$	$\left[79,91\right)$	$\left[91,92\right]$	合计
件数	1	98	1	100

根据以上检测数据判断该生产线是否异常.

（附：若随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma \leqslant X<\mu+\sigma\right)=68.3\%$，$P\left(\mu-2\sigma \leqslant X<\mu+2\sigma\right)=95.4\%$，$P\left(\mu-3\sigma \leqslant X<\mu+3\sigma\right)=99.7\%$，$0.997^{100}\approx 0.740$，$C_{100}^{1}0.997^{90}\times 0.003\approx 0.223$，$C_{100}^{2}0.997^{98}\times 0.003\approx 0.033$）

1.【解析】:（1）甲厂所生产的消毒液的质量指标值的平均数为

$x_{甲}=5\times0.1+15\times0.2+25\times0.3+35\times0.25+45\times0.15=26.5$.

设乙厂生产的消毒液的质量指标值的中位数为n，

则$0.2+0.1+(n-20)\times0.03=0.5$，解得$n=26\frac{2}{3}$.

统计结论:（答案不唯一，任意两个即可，其他答案如果叙述正确也给分）

①两家工厂生产的消毒液质量指标值的平均数相等，从这个角度看这两家工厂生产的消毒液质量基本相当;

②由数据波动的情况可知，乙厂生产的消毒液质量的方差大于甲厂生产的消毒液质量的方差，说明甲厂生产的消毒液比乙厂生产的消毒液的质量更稳定.

③两家工厂生产的消毒液质量指标值的平均数相同，但乙厂生产的消毒液质量的方差大于甲厂生产的消毒液质量的方差，所以甲厂生产的消毒液更好.

④两家工厂所生产的消毒液的质量指标值的众数均等于 25.

⑤两家工厂所生产的消毒液的质量指标值的中位数均为$26\frac{2}{3}$.

⑥甲厂生产的消毒液质量集中在平均数附近，乙厂生产的消毒液中质量指标值特别小和质量指标值特别大的较多.

（2）（ⅰ）$P(2.6<Z\le38.45)=P(\mu-2\sigma<Z\le\mu+\sigma)$

$=\frac{1}{2}\left[P(\mu-2\sigma<Z\le\mu+2\sigma)+P(\mu-\sigma<Z\le\mu+\sigma)\right]=0.8186$，

因为$100000\times0.8186=81860$，所以可估计甲厂所生产的这 10 万瓶消毒液中，B 级消毒液有 81860 瓶.

（ⅱ）设每瓶消毒液的利润为Y元，则Y的可能取值为 10，5，-4，

$P(Y=10)=P(Z\ge38.45)=P(Z\ge\mu+\sigma)=\frac{1}{2}\left[1-P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)\right]=\frac{1}{2}(1-0.6827)=0.15865$，

由（ⅰ）知$P(Y=5)=P(2.6<Z<38.45)=0.1816$，

所以$P(Y=-4)=1-0.8186-0.15865=0.02275$，故$Y$的分布列为

Y	10	5	-4
P	0.15865	0.8186	002275

所以每瓶消毒液的平均利润为$E(Y)=10\times0.15865+5\times0.8186-4\times0.02275=5.5885$（元），

故生产半年消毒液所获利润为$1\times5.5885=5.5885$（千万元），

而 5．5885（千万元）>4（千万元），所以甲厂能在半年之内收回投资.

2.解：（1）①由茎叶图的数据可得中位数$m=\frac{29+31}{2}=30$，

根据茎叶图可得：$a=5$，$b=15$，$c=15$，$d=5$，则2×2列联表如下表所示：

	超过m	不超过m
改造前	5	15
改造后	15	5

②根据①中的列联表，$K^2=\frac{40\times\left(5\times 5-15\times 15\right)^2}{20\times 20\times 20\times 20}=10>6.635$，

因此，有99%的把握认为生产线技术改造前后的连续正常运行时间有差异；

（2）120天的一个生产周期内有4个维护周期，一个维护周期为30天，

一个维护周期内，以生产线在技术改造后一个维护周期内能连续正常运行的频率作为概率，得$p=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$，

设一个生产周期内需要ξ次维护，$\xi \quad B\left(4,\frac{1}{4}\right)$，正常维护费为$0.5\times 4=2$万元，

保障维护费为首项为0.2，公差为0.2的等差数列，共ξ次维护需要的保障费为

$\frac{\xi\left[0.2+0.2+\left(\xi-1\right)\cdot 0.2\right]}{2}=0.1\xi^2+0.1\xi$万元，

故一个生产周期内保障维护X次的生产维护费为$\left(0.1\xi^2+0.1\xi+2\right)$万元，

设一个生产周期内的生产维护费为X万元，则X可能取值为2、2.2、2.6、3.2、4，

则$P\left(X=2\right)=C_4^0\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256}$，$P\left(X=2.2\right)=C_4^1\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$，

$P\left(X=2.6\right)=C_4^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$，$P\left(X=3.2\right)=C_4^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{64}$，

$P\left(X=4\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$，

则X的分布列为：

X	2	2.2	2.6	3.2	4
P	$\frac{81}{256}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{128}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{256}$

故$E\left(X\right)=2\times\frac{81}{256}+2.2\times\frac{27}{64}+2.6\times\frac{27}{128}+3.2\times\frac{3}{64}+4\times\frac{1}{256}=\frac{582.4}{256}=2.275$（万元）.