

事件的相互独立性

一、知识点

1. **相互独立定义**: 对任意两个事件 A 与 B , 如果_____成立, 则称事件 A 与 B 相互独立, 简称独立.

注: 必然事件 Ω 、不可能事件 \emptyset 都与任意事件相互独立.

因为 $P(\Omega) = 1$, $P(\Omega A) = P(A) = P(\Omega) P(A)$; 因为 $P(\emptyset) = 0$, $P(\emptyset A) = P(\emptyset) = P(\emptyset) P(A)$

2. **相互独立性质**: 若事件 A 与 B 相互独立, 则事件 A 与 \bar{B} , \bar{A} 与 B , \bar{A} 与 \bar{B} 也_____.

3. **互斥、对立与相互独立事件的区别**:

互斥事件	对立事件	相互独立事件
不能同时发生的两个事件 A, B 叫做互斥 (互不相容) 事件.	如果两个事件 A 与 \bar{A} 在任何一次试验中有且仅有一个发生, 这样的两个事件叫对立事件.	事件 A 的发生与否对另一个事件 B 发生的概率没有影响. 这样两个事件叫做相互独立事件.
$P(A+B) = P(A) + P(B)$	$P(A) + P(\bar{A}) = 1$	$P(AB) = P(A) P(B)$

互斥事件一定_____, 独立事件一定_____.

二、判断下列事件之间的关系

1. 抛掷一枚质地均匀的硬币, A = “正面朝上”, B = “反面朝上”.

2. 一个袋子中装有标号分别是 1, 2, 3, 4 的 4 个球, 除标号外没有其他差异, 从袋中任意摸出一球. 设 A = “摸到球的标号小于 3”, B = “摸到球的标号为 4”.

问题: 下面的随机试验中, 事件 A 发生与否会影响事件 B 发生的概率吗?

请分别计算 $P(A)$, $P(B)$, $P(AB)$, 你有什么发现?

若事件 A 与事件 B 相互独立, 则 A 与 \bar{B} , \bar{A} 与 B , \bar{A} 与 \bar{B} 是否也相互独立?

试验 1 分别抛掷两枚质地均匀的硬币, A = “第一枚硬币正面朝上”,

B = “第二枚硬币反面朝上”.

试验 2 一个袋子中装有标号分别是 1, 2, 3, 4 的 4 个球, 除标号外没有其他差异, 采用 有放回 方式从袋中依次任意摸出两球. 设 $A =$ “第一次摸到球的标号小于 3”,
 $B =$ “第二次摸到球的标号小于 3”.

例 1 一个袋子中装有标号分别是 1, 2, 3, 4 的 4 个球, 除标号外没有其他差异, 采用 不放回 方式从袋中依次任意摸出两球. 设 $A =$ “第一次摸到球的标号小于 3”, $B =$ “第二次摸到球的标号小于 3”, 事件 A 与事件 B 是否相互独立?

例 2 甲、乙两名射击运动员进行射击比赛, 甲的中靶概率为 0.8, 乙的中靶概率为 0.9, 求下列事件的概率: (1) 两人都中靶;
(2) 恰好有一人中靶;
(3) 两人都脱靶;
(4) 至少有一人中靶.

例 3 甲、乙两人组成“星队”参加猜成语活动，每轮活动由甲、乙各猜一个成语，已知甲每轮猜对的概率是 $\frac{3}{4}$ ，乙每轮猜对的概率 $\frac{2}{3}$ 。在每轮活动中，甲和乙猜对与否互不影响，各轮结果也互不影响。求“星队”在两轮活动中猜对 3 个成语的概率。

巩固练习

1. 分别抛掷两枚质地均匀的硬币， A = “第一枚正面朝上”， B = “第二枚正面朝上”， C = “两枚硬币朝上的面相同”， A ， B ， C 中哪两个相互独立？
2. 掷两枚质地均匀的骰子， A = “第一枚出现奇数点”， B = “第二枚出现偶数点”，则 A 与 B 的关系（ ）。
A. 互斥 B. 互为对立 C. 相互独立 D. 相等
3. 假设 $P(A)=0.7$ ， $P(B)=0.8$ ，且 A 与 B 相互独立，则 $P(AB)=$ ____， $P(A \cup B)=$ _____.