

10.1.4 概率的基本性质

概率：对随机事件发生可能性的度量

概率的基本性质

性质 1：对任意的事件 A ，都有 $P(A) \geq 0$ ； (概率的非负性)

性质 2：必然事件的概率为 1，不可能事件的概率为 0， (即 $P(\Omega)=1$ ， $P(\Phi)=0$)

性质 3：若事件 A 与事件 B 互斥，则 $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$ (互斥事件的概率加法公式)

推广：若事件 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ 两两互斥，则事件 $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_m$ 发生的概率等于

这 m 个事件分别发生的概率之和，即： $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_m)=P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_m)$

性质 4：若事件 A 与 B 互为对立事件，则 $P(A \cup B)=P(A)+P(B)=1$ ， $P(B)=1-P(A)$ ， $P(A)=1-P(B)$

性质 5：如果事件 $A \subseteq B$ ，那么 $P(A) \leq P(B)$ 。因为 $\Phi \subseteq A \subseteq \Omega$ ，所以 $0 \leq P(A) \leq 1$ 。

性质 6：设 A, B 是一个随机试验中的两个事件，我们有 $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$ 。

探究：求以下事件的概率

- 1、一个星期有 7 天；
- 2、4 月份有 31 天；
- 3、抛掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上。

思考 1：在掷骰子试验中，设事件 $A=$ “点数小于等于 2”， $B=$ “点数大于等于 5”，
 $A \cup B=$ “小于等于 2 或大于等于 5”。

事件 A 与 B 有什么关系？事件 $A, B, A \cup B$ 的概率是多少呢？它们的概率又有怎样的关系？

思考 2：抛掷一枚质地均匀的骰子，设事件 $A=$ “正面朝上为偶数”， $B=$ “正面朝上为奇数”，
事件 A 与事件 B 是什么关系？它们的概率有什么关系？

思考 3: 抛掷一枚质地均匀的骰子, 设事件 $A =$ “正面朝上为偶数”, $B =$ “正面朝上为 2”, 事件 A 与事件 B 是什么关系? 它们的概率有什么关系?

思考 4: 一个袋子中有大小和质地相同的 4 个球, 其中有 2 个红色球(标号为 1 和 2), 2 个绿色球(标号为 3 和 4), 从袋中不放回地依次随机摸出 2 个球。 $R_1 =$ “第一次摸到红球”, $R_2 =$ “第二次摸到红球”, 那么 $P(R_1 \cup R_2)$ 和 $P(R_1) + P(R_2)$ 相等吗? 如果不相等, 请说明原因, 并思考如何计算 $P(R_1 \cup R_2)$ 。

【基础小测】

1. 辨析记忆(对的打“√”, 错的打“×”)

(1) 任意事件 A 发生的概率 $P(A)$ 总满足 $0 < P(A) < 1$. ()

(2) 若事件 A 为随机事件, 则 $0 < P(A) < 1$. ()

(3) 事件 A 与 B 的和事件的概率一定大于事件 A 的概率. ()

(4) 事件 A 与 B 互斥, 则有 $P(A) = 1 - P(B)$. ()

2. 中国乒乓球队中的甲、乙两名队员参加奥运会乒乓球女子单打比赛, 甲夺得冠军的概率为 $\frac{3}{7}$, 乙夺得冠军的概率为 $\frac{1}{4}$, 那么中国队夺得女子乒乓球单打冠军的概率为_____.

3. 某产品分为优质品、合格品、次品三个等级, 生产中出现合格品的概率为 0.25, 出现次品的概率为 0.03, 在该产品中任抽一件, 则抽到优质品的概率为_____.

4. 已知 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.2$.

(1) 如果 $B \subseteq A$, 则 $P(A \cup B) =$ _____, $P(AB) =$ _____;

(2) 如果 A, B 互斥, 则 $P(A \cup B) =$ _____, $P(AB) =$ _____.

典例：

例 1、从不包含大小王牌的 52 张扑克牌中随机抽取一张，设事件 A=“抽到红心”，

事件 B=“抽到方片”， $P(A)=P(B)=\frac{1}{4}$ ，那么

(1)C=“抽到红花色”，求 P(C); (2)D=“抽到黑花色”，求 P(D)。

例 2、为了推广一种新饮料，某饮料生产企业开展了有奖促销活动：将 6 罐这种饮料装一箱，每箱中都放置 2 罐能够中奖的饮料。若从一箱中随机抽取 2 罐，能中奖的概率为多少？

小试牛刀：

1、某同学军训时打靶一次击中 10 环、9 环、8 环的概率分别是 0.3、0.3、0.3，那么他射击一次不够 8 环的概率是_____

2、同时抛掷两枚色子，既不出现 5 点也不出现 6 点的概率为 $\frac{4}{9}$ ，则 5 点或 6 点至少出现一个的概率是 _____

3、在数学考试中，小明的成绩在 90 分以上的概率是 0.18，在 80~89 分的概率是 0.51，在 70~79 的概率是 0.15，在 60~69 的概率是 0.09，60 分以下的概率是 0.07，计算下列事件的概率：(1)小明在数学考试中取得 80 分以上成绩的概率； (2) 小明考试及格的概率.