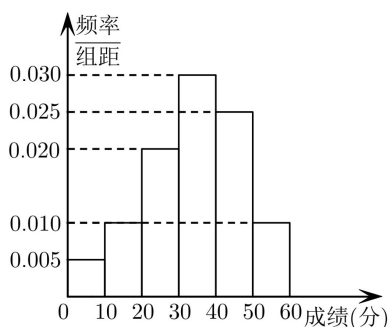


4.19

一、解答题

1. 北京冬奥会已于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日顺利举行, 这是中国继北京奥运会、南京青奥会后, 第三次举办的奥运赛事, 为助力冬奥, 进一步增强群众的法治意识、提高群众奥运法律知识水平和文明素质, 让法治精神携手冬奥走进千家万户. 某市有关部门在该市市民中开展了“迎接冬奥·法治同行”主题法治宣传教育活动. 该活动采取线上线下相结合的方式, 线上有“知识大闯关”冬奥法律知识普及类趣味答题, 线下有“冬奥普法”知识讲座, 实现“冬奥+普法”的全新模式. 其中线上“知识大闯关”答题环节共计 30 个题目, 每个题目 2 分, 满分 60 分, 现在从参与作答“知识大闯关”题目的市民中随机抽取 1000 名市民, 将他们的作答成绩分成 6 组: $[0,10)$, $[10,20)$, $[20,30)$, $[30,40)$, $[40,50)$, $[50,60]$. 并绘制了如图所示的频率分布直方图.



- (1) 请估计被抽取的 1000 名市民作答成绩的平均数和中位数;
- (2) 视频率为概率. 现从所有参与“知识大闯关”活动的市民中随机取 20 名, 调查其掌握各类冬奥法律知识的情况. 记 k 名市民的成绩在 $[40,60]$ 的概率为 $P(X=k)$, $k=0,1,2,\dots,20$. 请估计这 20 名市民的作答成绩在 $[40,60]$ 的人数为多少个的可能性最大? 并说明理由.

参考答案:

1. (1)34分,35分;

(2)估计这20位市民的作答成绩在[40,60]的人数为7时概率最大,理由见解析.

【解析】

【分析】

(1)根据平均数和中位数的概念,利用频率分布直方图求解即可;

(2)由题意知 $X \sim B(20,0.35)$,设 $P(X=k)$ 最大,根据二项分布的概率公式建立不等式组求解即可.

(1)

由频率分布直方图可知,抽取的1000名市民作答成绩的平均数

$$\bar{x} = 5 \times 0.05 + 15 \times 0.1 + 25 \times 0.2 + 35 \times 0.3 + 45 \times 0.25 + 55 \times 0.1 = 34 \text{ (分)},$$

设1000名市民作答成绩的中位数为 x ,则 $0.05 + 0.1 + 0.2 + 0.03 \times (x - 30) = 0.5$,

$$\therefore x = 35,$$

所以这1000名市民作答成绩的平均数为34分,中位数为35分.

(2)

估计这20位市民的作答成绩在[40,60]的人数为7时概率最大,

由已知得 $X \sim B(20,0.35)$,

$$\therefore P(X=k) = C_{20}^k (0.35)^k (1-0.35)^{20-k}, k=0,1,\dots,20,$$

$$\text{令} \begin{cases} P(X=k) \geq P(X=k-1) \\ P(X=k) \geq P(X=k+1) \end{cases}, k=1,2,\dots,19,$$

$$\text{即} \begin{cases} C_{20}^k 0.35^k (1-0.35)^{20-k} \geq C_{20}^{k-1} 0.35^{k-1} (1-0.35)^{21-k} \\ C_{20}^k 0.35^k (1-0.35)^{20-k} \geq C_{20}^{k+1} 0.35^{k+1} (1-0.35)^{19-k} \end{cases},$$

$$\text{即} \begin{cases} 7(21-k) \geq 13k \\ 13(k+1) \geq 7(20-k) \end{cases}, \text{解得 } 6.35 \leq k \leq 7.35,$$

由 $k \in \mathbf{N}^*$, $\therefore k=7$,

所以这20位市民的作答成绩在[40,60]的人数为7时 $P(X=k)$ 最大.