专题　　椭圆双曲线离心率题型归类

综述

1.离心率是双曲线最重要的几何性质，求的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：

①求出 a，c，代入公式 $e=\frac{c}{a}$；

②只需要根据一个条件得到关于 a，b，c 的齐次式，结合 $b^2=c^2-a^2$ 转化为 a，c 的齐次式，然后等式(不等式)两边分别除以 a 或 a^2 转化为关于 e 的方程(不等式)，解方程(不等式)即可得 e(e 的取值范围).

2.椭圆离心率：.$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}$　　　$e\in(0,1)$

椭圆扁平程度：因为 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}$，所以 e 越大，椭圆越扁；e 越小，椭圆越圆

3.双曲线离心率：$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}$　　　$e\in(1,\infty)$

热点题型归纳

【题型一】定义与几何性质求离心率

【典例分析】

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，焦距为 $2c$，点 $Q\left(c,\frac{a}{2}\right)$ 在椭圆的内部，点 P 是椭圆上的动点，且 $|PF_1|+|PQ|<5|F_1F_2|$ 恒成立，则椭圆的离心率的取值范围为（　　）

A. $\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　　B. $\left(\frac{1}{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　　C. $\left(\frac{1}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　　D. $\left(\frac{1}{4},1\right)$

【答案】A

【分析】利用点 $Q\left(c,\frac{a}{2}\right)$ 在椭圆的内部，以及 $|PF_1|+|PQ|<5|F_1F_2|$ 列不等式，化简后求得椭圆的离心率的取值范围.

【详解】因为点 $Q\left(c,\frac{a}{2}\right)$ 在椭圆的内部，所以 $\frac{c^2}{a^2}+\frac{a^2}{4b^2}<1$①，而 $a^2=b^2+c^2$②，，由①②得 $a^4<4b^4$，即 $a^2<2b^2$.

所以 $e=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}<\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为 $|PF_1|+|PQ|<5|F_1F_2|$，而 $|PF_1|+|PF_2|=2a$，所以 $2a-|PF_2|+|PQ|<10c$，即 $|PQ|-|PF_2|<10c-2a$，由三角形的性质可得 $|PQ|-|PF_2|<|QF_2|=\frac{a}{2}$，因为 P 是椭圆 C 上的动点，且 $|PF_1|+|PQ|<5|F_1F_2|$ 恒成立，所以

$|PQ|-|PF_2|<|QF_2|=\frac{a}{2}<10c-2a$，所以 $a<4c$，即 $e=\frac{c}{a}>\frac{1}{4}$，所以椭圆离心率的取值范围是 $\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

故选：A

【提分秘籍】基本规律

1.椭圆第一定义：$|PF_1|+|PF_2|=2a$；双曲线第一定义：$||PF_1|-|PF_2||=2a$

2.一般情况下，见到与一个焦点有关的长度，则利用第一定义转化为与另一个焦点的距离。

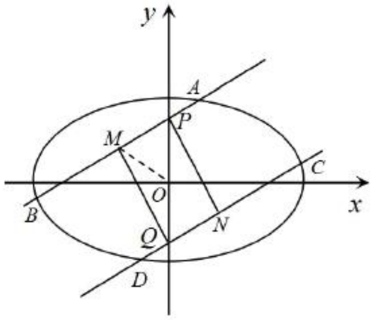
$|PF_1|=2a\pm|PF_2|$（椭圆是减，　双曲线是结合左右两支判断加减）

【题型二】利用点差法求离心率

【典例分析】

已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$P(0,2)$，$Q(0,-2)$，过点$P$的直线$l_1$与椭圆交于A，$B$，过点$Q$的直线$l_2$与椭圆交于$C$，$D$，且满足$l_1//l_2$，设$AB$和$CD$的中点分别为$M$，$N$，若四边形$PMQN$为矩形，且面积为$4\sqrt{3}$，则该椭圆的离心率为（　　）.

A．$\dfrac{1}{3}$　　　　B．$\dfrac{2}{3}$　　　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$



【答案】D

【分析】画出图像，由面积和勾股定理列式可得$|PM|=2$，$|MQ|=2\sqrt{3}$，在$\triangle PMQ$中，有长度关系可得$\angle BPO=\angle POM=60°$，从而得$k_{AB}$和$k_{OM}$，再利用点差法得$k_{AB}\cdot k_{OM}=-\dfrac{b^2}{a^2}$，从而可求得离心率.

【详解】如图，不妨设l_1，l_2两条直线的斜率大于零时，连结OM，

由题意知$\begin{cases}|PM|\cdot|MQ|=4\sqrt{3}\\|PM|^2+|MQ|^2=16\end{cases}$，解得$|PM|=2$，$|MQ|=2\sqrt{3}$，或$|PM|=2\sqrt{3}$，$|MQ|=2$（舍）

$|PM|=2$，$|MQ|=2\sqrt{3}$，在$\triangle PMQ$中，因为$|OM|=|PM|=|PO|=2$，所以$\angle BPO=\angle POM=60°$，

故此时$k_{AB}=\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$k_{OM}=\tan 150°=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{a^2}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1\\\dfrac{x_2^2}{a^2}+\dfrac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，

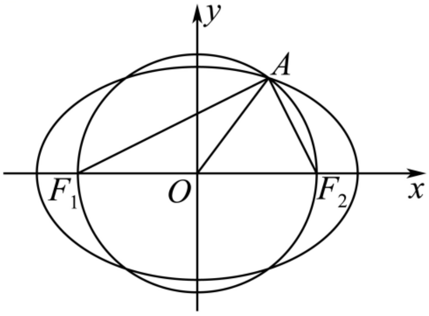
两式相减得$\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{a^2}+\dfrac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{b^2}=0$，即$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=-\dfrac{b^2}{a^2}$，即$k_{AB}\cdot k_{OM}=-\dfrac{1}{3}=-\dfrac{b^2}{a^2}$，

因此离心率$e^2=\dfrac{c^2}{a^2}=1-\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{2}{3}$，所以$e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，故选D.

【题型三】焦点三角形与离心率

【典例分析】

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，以坐标原点$O$为圆心，线段$F_1F_2$为直径的圆与椭圆$C$在第一象限相交于点$A$．若$\left|AF_1\right|\le 2\left|AF_2\right|$，则椭圆$C$的离心率的取值范围为______．



【答案】$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right]$

【分析】根据题意可得$\angle F_1AF_2=90^{\circ}$，且$c>b$，再根据焦点三角形中的关系表达出离心率，结合函数的单调性求解即可

【详解】由题意，因为线段F_1F_2为直径的圆与椭圆C在第一象限相交于点A.

故半径$OF_1>b$,即 $c>b$，且$\angle F_1AF_2=90^{\circ}$.

又离心率$\dfrac{c}{a}=\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{\left|F_1F_2\right|}{\left|AF_1\right|+\left|AF_2\right|}=\dfrac{\sqrt{\left|AF_1\right|^2+\left|AF_2\right|^2}}{\left|AF_1\right|+\left|AF_2\right|}=\dfrac{\sqrt{\left(\left|AF_1\right|+\left|AF_2\right|\right)^2-2\left|AF_1\right|\cdot\left|AF_2\right|}}{\left|AF_1\right|+\left|AF_2\right|}=\sqrt{1-\dfrac{2\left|AF_1\right|\cdot\left|AF_2\right|}{\left(\left|AF_1\right|+\left|AF_2\right|\right)^2}}=\sqrt{1-\dfrac{2}{\dfrac{\left|AF_1\right|}{\left|AF_2\right|}+\dfrac{\left|AF_2\right|}{\left|AF_1\right|}+2}}$，

因为$\left|AF_1\right|\le 2\left|AF_2\right|$，结合题意有$1<\dfrac{\left|AF_1\right|}{\left|AF_2\right|}\le 2$，设$\dfrac{\left|AF_1\right|}{\left|AF_2\right|}=t$，则$\dfrac{c}{a}=\sqrt{1-\dfrac{2}{t+\frac{1}{t}+2}}$，易得对勾函数$y=t+\dfrac{1}{t}+2$在$\left(1,2\right]$上单调递增，故$y=\sqrt{1-\dfrac{2}{t+\frac{1}{t}+2}}$在$\left(1,2\right]$上单调递增，故$\sqrt{1-\dfrac{2}{1+\frac{1}{1}+2}}<\sqrt{1-\dfrac{2}{t+\frac{1}{t}+2}}\le\sqrt{1-\dfrac{2}{2+\frac{1}{2}+2}}$，即$\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\dfrac{c}{a}\le\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

【提分秘籍】

基本规律

1.焦点三角形

（1）焦点三角形面积：椭圆：$S_{\Delta PF_1F_2}=b^2\tan\dfrac{\angle F_1PF_2}{2}$；双曲线：$S_{\Delta PF_1F_2}=\dfrac{b^2}{\tan\dfrac{\angle F_1PF_2}{2}}$

2．顶角 ：椭圆顶角在短轴顶点处最大。

3．与正余弦定理结合

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a>0, b>0）的两个焦点为$F_1$、$F_2$, P（异于长轴端点）为椭圆上任意一点，在$\triangle PF_1F_2$中，记$\angle F_1PF_2=\alpha$，$\angle PF_1F_2=\beta$，$\angle F_1F_2P=\gamma$，则有$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma+\sin\beta}=\dfrac{c}{a}=e$.

设双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a>0，b>0）的两个焦点为$F_1$、$F_2$, P（异于长轴端点）为双曲线上任意一点，在$\triangle PF_1F_2$中，记$\angle F_1PF_2=\alpha$，$\angle PF_1F_2=\beta$，$\angle F_1F_2P=\gamma$，则有$\dfrac{\sin\alpha}{\left|\sin\gamma-\sin\beta\right.}=\dfrac{c}{a}=e$

【题型四】第三定义与离心率

【典例分析】

已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的两个顶点分别为A，$B$，点$P$为双曲线上除A，$B$外任意一点，且点$P$与点A，$B$连线的斜率为$k_1$，$k_2$，若$k_1\cdot k_2=8$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

【答案】D

【分析】设$P(x_0,y_0)$，$A(-a,0)$，$B(a,0)$，根据直线的斜率，以及$k_1\cdot k_2=8$，可得$\frac{b^2}{a^2}=8$，再根据$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$，即可求出.

【详解】解：设$P(x_0,y_0)$，$\left(x_0\neq\pm a\right)$，$A(-a,0)$，$B(a,0)$，$\therefore\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$，$\therefore x_0^2-a^2=\frac{a^2}{b^2}y_0^2$，

$\therefore k_1\cdot k_2=\frac{y_0}{x_0+a}\cdot\frac{y_0}{x_0-a}=\frac{{y_0}^2}{{x_0}^2-a^2}=\frac{b^2}{a^2}=8$，$\therefore e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+8}=3$．故选：D．

【提分秘籍】

基本规律

第三定义：

1.A,B 是椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0$，$b>0$)上两点，M 为 A,B 中点，则$K_{AB}\bullet K_{OM}=-\frac{b^2}{a^2}$（可用点差法快速证明）

结论拓展

已知直线l：$y=kx+m\left(k\neq0,m\neq0\right)$与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$相交于A，$B$两点，$M$为$AB$的中点，$O$为坐标原点，则$k_{OM}\cdot k=-\frac{b^2}{a^2}$.

2.A,B 是双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0$，$b>0$)上两点，M 为 A,B 中点，则$K_{AB}gK_{OM}=\frac{b^2}{a^2}$（可用点差法快速证明）

结论拓展

已知直线l：$y=kx+m\left(k\neq0,m\neq0\right)$与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$相交于A，$B$两点，$M$为$AB$的中点，$O$为坐标原点，则$k_{OM}\cdot k=\frac{b^2}{a^2}$.

【题型五】第二定义与离心率

【典例分析】

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点 F_1,F_2，过原点的直线 l 与椭圆 C 相交于 M，N 两点．其中 M 在第一象限．$|MN|=|F_1F_2|,\frac{|NF_1|}{|MF_1|}\ge\frac{\sqrt{3}}{3}$，则椭圆 C 的离心率的取值范围为（　　）

A．$(0,\frac{\sqrt{6}-1}{2}]$　　B．$(0,\sqrt{6}-2]$

C．$(0,\sqrt{3}-1]$　　D．$(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1]$

【答案】D

【分析】由题设易知四边形 MF_1NF_2 为矩形，可得 $|MF_2|^2-2a|MF_2|+2b^2=0$，结合已知条件有 $\begin{cases}a>|MF_2|\ge(\sqrt{3}-1)a\\ \Delta=a^2-2b^2>0\end{cases}$ 即可求椭圆 C 的离心率的取值范围.

【详解】由椭圆的对称性知：$|NF_1|=|MF_2|$，而 $|MF_2|+|MF_1|=2a$，

又 $|MN|=|F_1F_2|$，即四边形 MF_1NF_2 为矩形，

所以 $|MF_2|^2+|MF_1|^2=4c^2$，则 $2|MF_2|^2-4a|MF_2|+4a^2=4c^2$ 且 M 在第一象限，整理得

$|MF_2|^2-2a|MF_2|+2b^2=0$，$\Delta=a^2-2b^2>0$

所以 $|MF_2|=a-\sqrt{a^2-2b^2}$，又 $\frac{|NF_1|}{|MF_1|}=\frac{|MF_2|}{|MF_1|}=\frac{|MF_2|}{2a-|MF_2|}\ge\frac{\sqrt{3}}{3}$ 即 $a>|MF_2|\ge(\sqrt{3}-1)a$，

综上，$\begin{cases}|MF_2|=a-\sqrt{a^2-2b^2}\ge(\sqrt{3}-1)a\\ a^2>2a^2-2c^2\end{cases}$，整理得 $\frac{1}{2}<e^2=\frac{c^2}{a^2}\le 4-2\sqrt{3}$，所以 $\frac{\sqrt{2}}{2}<e\le\sqrt{3}-1$.故选：D.

【提分秘籍】

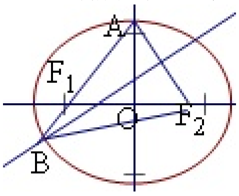
基本规律

椭圆双曲线第二定义：动点 (x,y) 到定点 $(c,0)$ 的距离与它到直线 $x=\frac{a^2}{c}$ 的距离的比为常数 $\frac{c}{a}$（即离心率）.

【题型六】焦点弦余弦定理与离心率

【典例分析】

已知椭圆 F_1 的左焦点 F_1 和右焦点 F_2，上顶点为 A， AF_2 的中垂线交椭圆于点 B，若左焦点 F_1 在线段 AB 上，则椭圆离心率为____.



【答案】$\frac{\sqrt{3}}{3}$ 【详解】如图，设 $|BF_2|=t$， 由椭圆的定义可得 $|BF_1|=2a-t$.

$\because$ AF_2 的中垂线交椭圆于点 B， $\therefore |AB|=|BF_2|=t$， $\therefore |AF_1|=|AB|-|BF_1|=2t-2a$. 又

$|AF_1|=\sqrt{b^2+c^2}=a$，

$\therefore 2t-2a=a$， 解得 $t=\frac{3a}{2}$， $\therefore |AF_2|=|AF_1|=a, |BF_1|=\frac{a}{2}, |BF_2|=\frac{3a}{2}, |F_1F_2|=2c$.

在 ΔAF_1F_2 中， $\cos\angle AF_1F_2=\frac{c}{a}$， $\therefore \cos\angle BF_1F_2=-\cos\angle AF_1F_2=-\frac{c}{a}$.

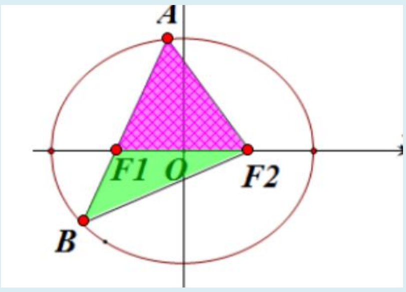
在 ΔBF_1F_2 中，由余弦定理得 $\cos\angle BF_1F_2=\frac{\frac{a^2}{4}+4c^2-\frac{9a^2}{4}}{2\cdot\frac{a}{2}\cdot 2c}=\frac{2c}{a}-\frac{a}{c}$， $\therefore \frac{2c}{a}-\frac{a}{c}=-\frac{c}{a}$，

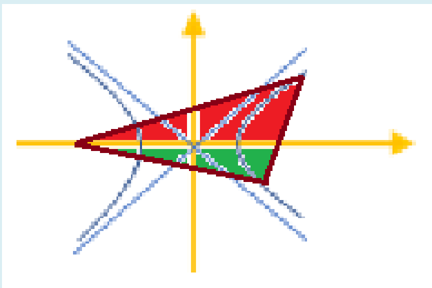
$\therefore a^2=3c^2$， $\therefore$ $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$， 即椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【提分秘籍】

基本规律

焦点弦型双三角形双余弦定理，常见的一般模型如下图：





可分别在俩三角形中各自用余弦定理，联立解离心率

【题型七】定比分点与离心率

【典例分析】

椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，过点 F_1 的直线 l 交椭圆 C 于 A，B 两点，已知 $\left(\overrightarrow{AF_2}+\overrightarrow{F_1F_2}\right)\cdot\overrightarrow{AF_1}=0$，$\overrightarrow{AF_1}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{F_1B}$，则椭圆 C 的离心率为（　　）

A．$\dfrac{5}{7}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

【答案】A

【分析】根据向量运算和椭圆的定义可得关于 a,c 的方程，由椭圆的离心率的定义可得选项.

【详解】设 $|F_1F_2|=2c$，

因为 $\left(\overrightarrow{AF_2}+\overrightarrow{F_1F_2}\right)\cdot\overrightarrow{AF_1}=\left(\overrightarrow{AF_2}+\overrightarrow{F_1F_2}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AF_2}-\overrightarrow{F_1F_2}\right)=\overrightarrow{AF_2}^2-\overrightarrow{F_1F_2}^2=0$，

所以 $|AF_2|=|F_1F_2|=2c$，所以 $|AF_1|=2a-2c$，

因为 $\overrightarrow{AF_1}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{F_1B}$，所以 $|BF_1|=\dfrac{3}{2}(a-c)$，所以 $|BF_2|=\dfrac{a}{2}+\dfrac{3c}{2}$，

设 AF_1 中点为 H，则 $F_2H\perp AB$，$|AH|=a-c$，$|BH|=\dfrac{5}{2}(a-c)$，

$|F_2A|^2-|AH|^2=|F_2B|^2-|BH|^2$ 代入数据并整理得：$7c^2-12ac+5a^2=0$，

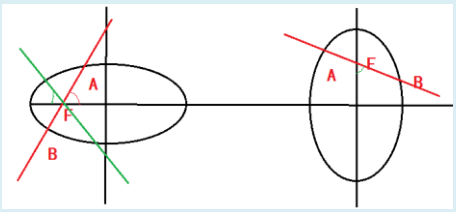
等式两边同除以 a^2 得：$7e^2-12e+5=0$，解得：$e=\dfrac{5}{7}$ 或 $e=1$(舍).

故选：A.

【提分秘籍】

基本规律

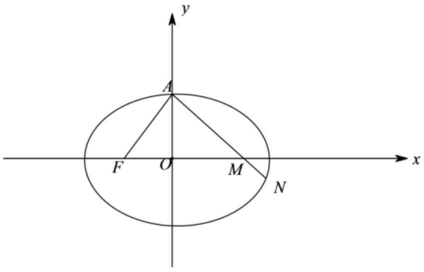
过圆锥曲线的焦点 F 的弦 AB 与对称轴（椭圆是长轴，双曲线是实轴）的夹角为 θ，且 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}$,（注意方向）则 $e\cos\theta=\left|\dfrac{\lambda-1}{\lambda+1}\right|$（e为离心率）



【变式演练】

1.在平面直角坐标系 xOy 中，点 F 是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点，A 为椭圆的上顶点，过点 A 作垂直于 AF 的直线分别与 x 轴正半轴和椭圆交于点 M,N，若 $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MN}$，则椭圆 C 的离心率 e 的值为(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　B. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　D. $\dfrac{1}{3}$



【答案】A

【解析】设出直线 AN 的方程与椭圆联立求出点 N 的坐标，再根据向量关系可得 $y_N=-\dfrac{1}{3}y_A$，从而求得离心率；

【详解】$\because l_{AF}:y=\dfrac{b}{c}x+b$，$\therefore l_{AM}:y=-\dfrac{c}{b}x+b\Rightarrow x=-\dfrac{b}{c}y+\dfrac{b^2}{c}$，代入 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 得：

$b^2\cdot\left(-\dfrac{b}{c}y+\dfrac{b^2}{c}\right)^2+a^2y^2=a^2b^2\Rightarrow\left(\dfrac{b^4}{c^2}+a\right)^2y^2-\dfrac{2b^5}{c^2}y+\dfrac{b^6}{c^2}-a^2b^2=0$，$\because y_A+y_N=\dfrac{2b^5}{a^2c^2+b^k}=b+y_N$，

$\because \overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MN}$，$\therefore y_A=-3y_N\Rightarrow y_N=-\dfrac{b}{3}$，$\therefore\dfrac{2b^5}{a^2c^2+b^4}=\dfrac{2b}{3}\Rightarrow 3b^4=a^2c^2+b^4$，$\therefore 2b^4=a^2c^2\Rightarrow$

$\sqrt{2}b^2=ac\Rightarrow\sqrt{2}\left(a^2-c^2\right)=ac$，$\therefore\sqrt{2}e^2+e-\sqrt{2}=0\Rightarrow e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故选：A.

2.设 F 为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点，过 F 且斜率为 $\dfrac{a}{b}$ 的直线 l 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A，B 两点，且 $|\overrightarrow{AF}|=2|\overrightarrow{BF}|$，则双曲线 C 的离心率为________.

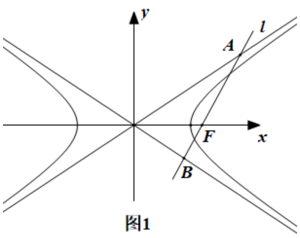


图1

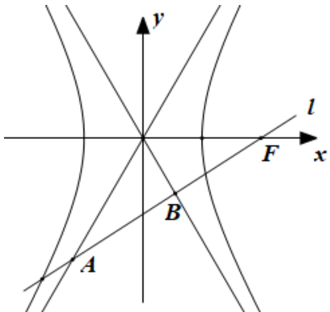


图2

【答案】2 或 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

【详解】若 $\overrightarrow{AF}=-2\overrightarrow{BF}$，则由图 1 可知：渐近线 OB 的斜率为 $-\dfrac{b}{a}$，$l\perp OB$.在 $Rt\Delta OBA$ 中，由角平分线定理可得 $\dfrac{|OA|}{|OB|}=\dfrac{|FA|}{|FB|}=2$,所以 $\angle AOB=60^0$, $\angle xOA=30^0$,所以 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

若 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{BF}$,则由图 2 可知:渐近线 OB 为 ΔAOF 边 AF 的垂直平分线,故△AOF 为等腰三角形,故

$\angle AOB=\angle BOF=60^{0}$，$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^{2}}=2$，即该双曲线的离心率为 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.